

Einsteins Relativitätstheorie II

Geschichte, Ideen, Praxis

André Hartmann

11. Juni 2018

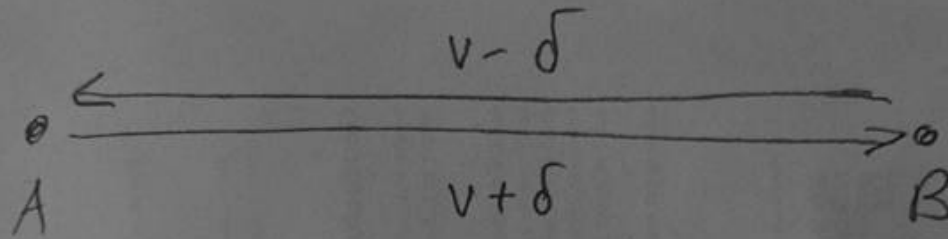
SRT: Relativitätsprinzip



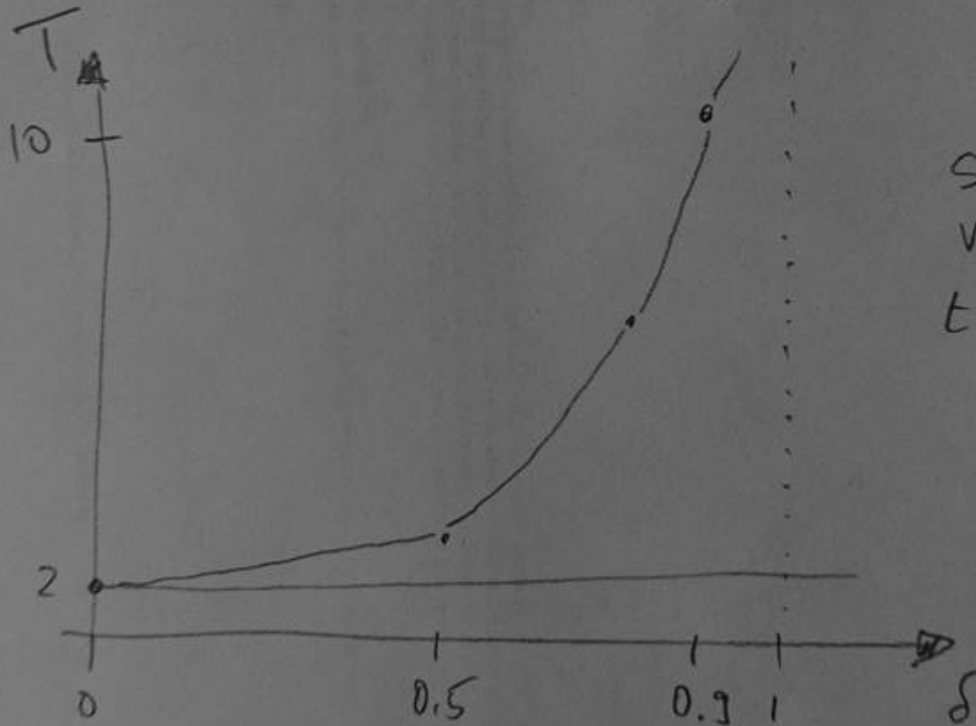
1. Die physikalischen Gesetze sind gleich für alle Beobachter mit geradlinig-gleichförmiger Geschwindigkeit.
2. Die (Vakuum-)Lichtgeschwindigkeit ist die gleiche für alle diese Beobachter.



Michelson-Morley-Experiment (Legitimität)



$$T = \frac{s}{v + \delta} + \frac{s}{v - \delta} = \frac{2s}{v - \frac{\delta^2}{v}} > \frac{2s}{v} = T_0$$

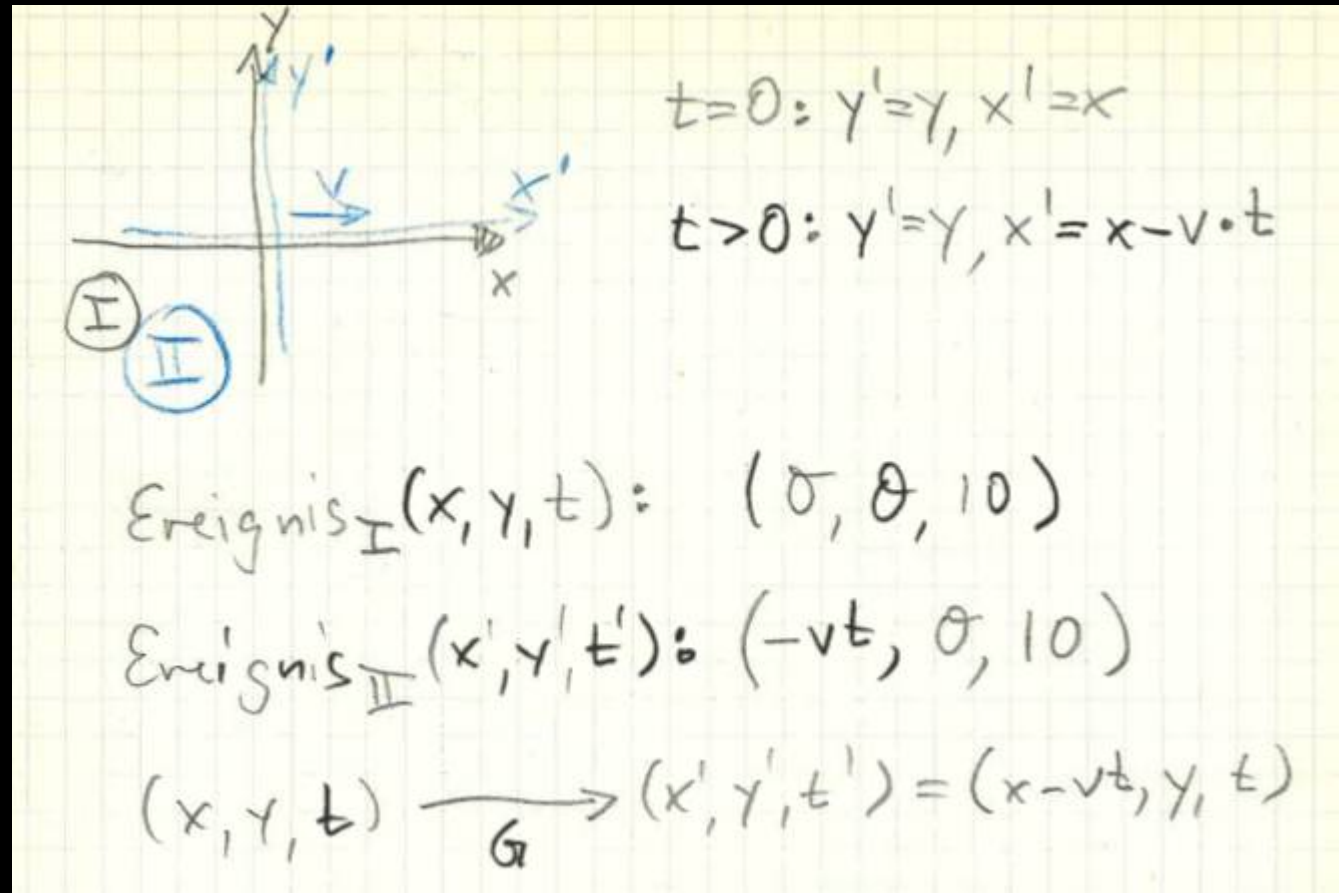


$$\begin{aligned} s &= 1 \\ v &= 1 \\ t &= \frac{2}{1 - \delta^2} > 2 \end{aligned}$$

SRT: Galilei-Transformation

- Zwei Beobachter, die sich relativ zueinander geradlinig gleichförmig bewegen.
- herkömmliche Geschwindigkeitsaddition

Die G-Transformation liefert einen Übergang von einem Koordinatensystem in ein anderes.



SRT: GT und Erhaltungssätze



- „Die Naturgesetze ändern sich nicht unter Galilei-Transformation.“
- „Der Ausgang eines Experiments bleibt gleich, wenn man seinen Ort einer Galilei-Transformation unterzieht.“
- „Eine Verschiebung des Orts, oder in der Zeit, oder auch der Ausrichtung ändern nichts.“
- Solche Invarianzen heissen „Symmetrien“.
- Noether-Theorem: Zu jeder Symmetrie gehört eine Erhaltungsgröße.
- Beispiele: Ortsverschiebung → Impulserhaltung, Zeitverschiebung → Energieerhaltung, Drehung → Drehimpulserhaltung.



SRT: Lorentz-Transformation



- Maxwells's Gleichungen sind nicht invariant unter Galilei-Transformation. Ursache:
- Die Gleichungen sind Differentialgleichungen zur Bestimmung von elektrischen und magnetischen Feldern, deren Lösungen statische Felder sind oder elektromagnetische Wellen, die sich mit c ausbreiten.
- Galilei-transformierte elektromagnetische Wellen hätten eine Geschwindigkeit verschieden von c und wären damit nicht Lösungen der Maxwell-Gleichungen.
- Konsequenz: Die Gleichungen gelten nicht in beliebigen Inertialsystemen, sondern nur in ausgewählten (Äther), oder die Galilei-Transformation ist nicht anwendbar.

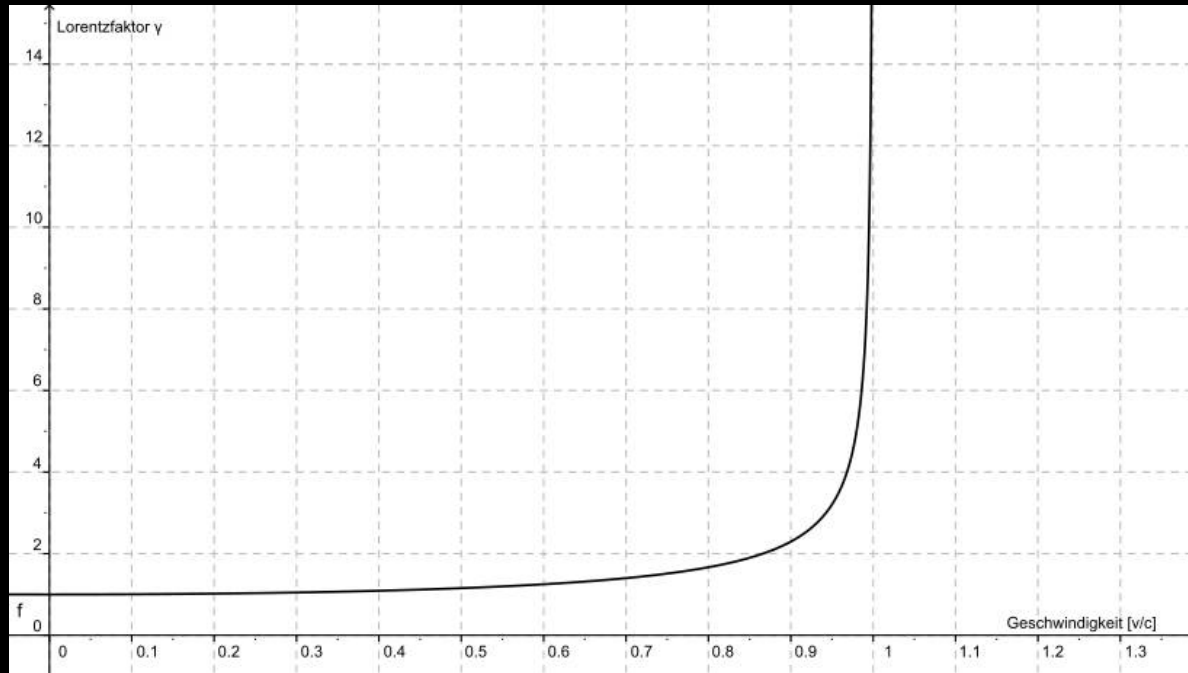


SRT: Lorentz-Transformation

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow{G} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - vt \\ y \\ t \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow{L} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \cdot (x - vt) \\ y \\ \gamma \cdot \left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{pmatrix}$$
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Vergleich mit G-Transformation. γ – Lorentz Faktor

SRT: Lorentzfaktor γ



$$t_1 = \gamma * t_0$$
$$l_1 = l_0 / \gamma$$
$$E = mc^2 = \gamma * m_0 * c^2$$

γ heißt Lorentzfaktor, die Umrechnung von Größen wie Länge und Zeit von einem Koord-System in ein anderes der SRT heißt Lorentz-Transformation.

- v klein gg $c \rightarrow \gamma$ nahe 1
- $10\%c \rightarrow 1.005$, $20\%c \rightarrow 1.021$, $50\%c \rightarrow 1.15$, $90\%c \rightarrow 2.3$, $95\%c \rightarrow 3.2$, $99\%c \rightarrow 7$, $99.9\%c \rightarrow 22.4$



SRT: Lorentz-Transformation Herleitung



2 Koordinatensysteme (x, y, z, t) , (x', y', z', t') $\vec{v} = v \cdot \vec{e}_x$, $x_0=0$, $t_0=0$

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

Dann: $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$

für einen Lichtstrahl vom Ursprung aus. Also:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$$

Galilei-Transformation jedoch:

$$(x-vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 - 2xvt + v^2 t^2$$

Was ist das?

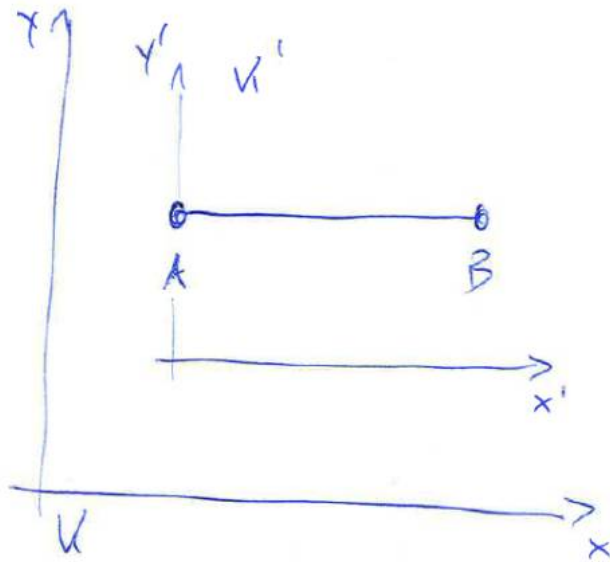
$\Rightarrow$ G.T. gilt nicht. Man rechnet hingegen nach, daß der Ansatz

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{vx}{c^2}\right)$$

erfolgreich ist



SRT: Längenkontraktion



$\overline{AB}$ in K' in Ruhe. K bewegt sich mit v entlang x .

$$l' = x'_B - x'_A = x'_B - 0 = x'_B$$

$$x'_A = \gamma \cdot (x_A - vt) = 0, \text{ d.h. } x_A = vt$$

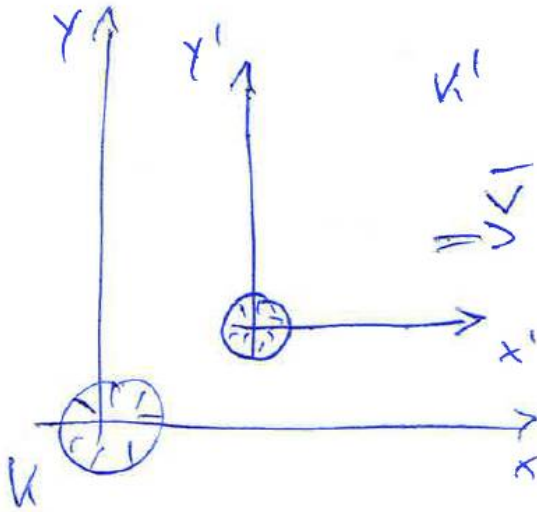
$$x'_B = \gamma (x_B - vt) = \gamma \underbrace{(x_B - x_A)}_l$$

$$\Rightarrow l' = x'_B - x'_A = \gamma \cdot l - 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{l = \frac{l'}{\gamma}}}$$

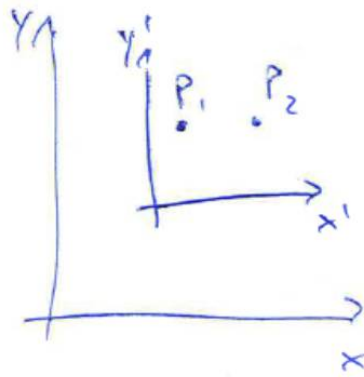
$\Rightarrow$ Längenkontraktion aus Sicht von K
um den Faktor $1/\gamma$.

SRT: Zeit-Dilatation



$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt) = 0, \text{ d.h. } x = vt \\t' &= \gamma \left(1 - \frac{v}{c^2} x\right) = \gamma \left(1 - \frac{v^2}{c^2} t\right) \\&= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot t < t\end{aligned}$$

SRT: Verlust der Gleichzeitigkeit



$$P_1(x'_1, t')$$

$$P_2(x'_2, t')$$

Aus der Sicht von K:

$$t'_{(1,2)} = \gamma \cdot \left(t_1 - \frac{v}{c^2} x_1 \right) \stackrel{!}{=} \gamma \left(t_2 - \frac{v}{c^2} x_2 \right)$$

$\Rightarrow$ mit etwas Rechnen:

$$t_1 = \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x'_1 \right) \neq \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x'_2 \right) = t_2$$

$\Rightarrow P_1, P_2$ nicht gleichzeitig.

ART: Inkompatibilitäten



- Die Newtonsche Gravitation und die SRT sind inkompatibel. Beispiele: Geschwindigkeitsaddition und „geisterhafte Fernwirkung“.
- Gedankenexperiment: Was würde mit dem Mond passieren, wenn die Erde plötzlich verschwände? Newton: Instantane geradlinig-gleichförmige Bewegung. SRT: Die Information kann den Mond instantan gar nicht erreichen!
- Newton: „Es ist nicht anzunehmen, dass rohe, leblose Materie andere Materie ohne Kontakt beeinflussen soll. [...] Die Schwerkraft muß durch ein Mittel verursacht und übertragen werden, das ständig nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten agiert. Aber ob dieses Mittel materiell oder immateriell ist, überlasse ich meinen Lesern.“
„It is inconceivable, that inanimate brute matter should affect other matter without mutual contact. [...] Gravity must be caused by an agent acting constantly according to certain laws; but whether this agent be material or immaterial, I have left to the consideration of my readers.“ (Letter to Bentley, February 1693)



ART: Inkompatibilitäten



Newton wusste also nicht, was Gravitation ist. Seine Erkenntnis war:

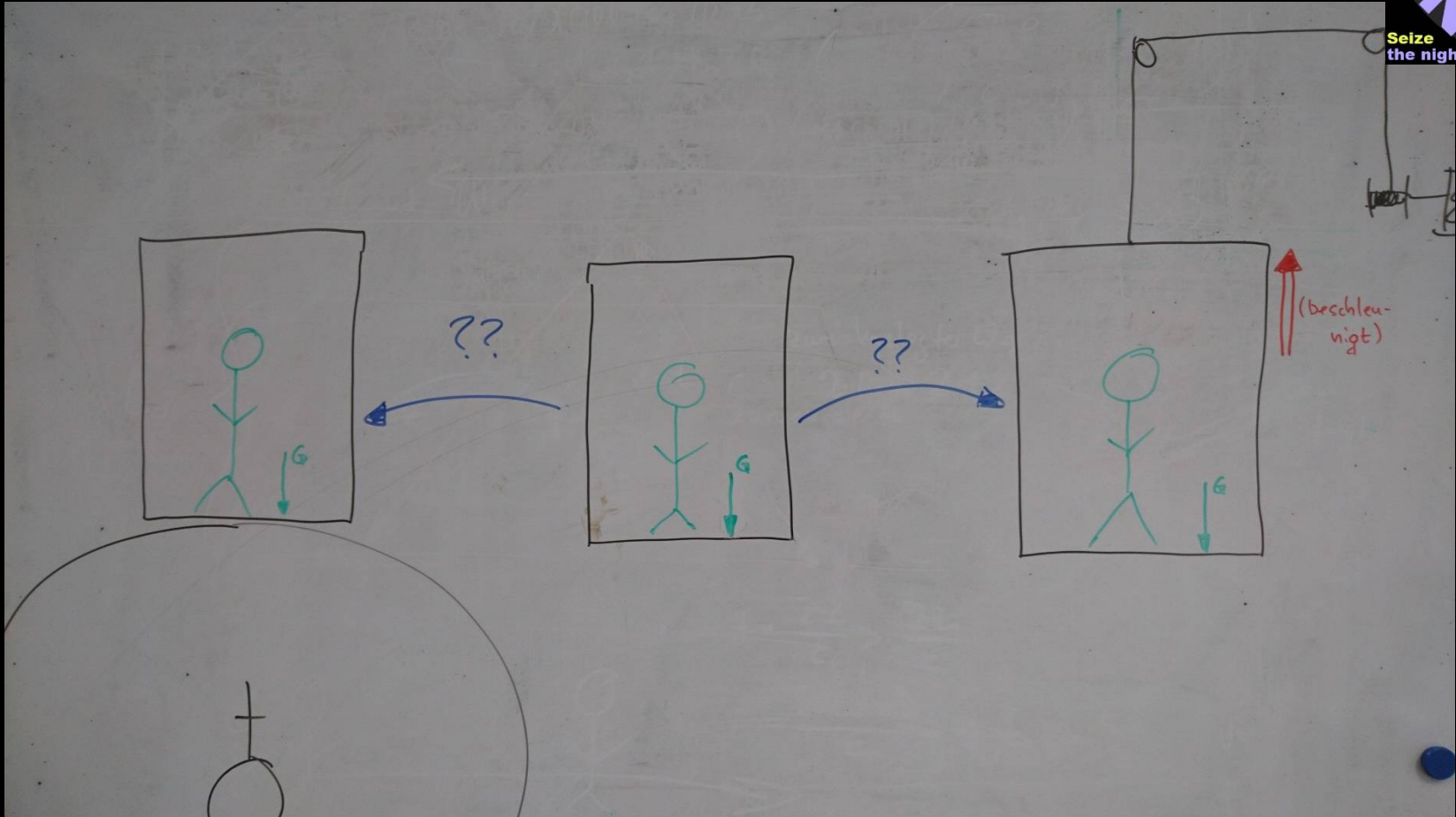
Die Kraft die den Apfel zu Boden fallen lässt und die Kraft, die den Mond an die Erde binden, sind dieselbe Kraft.

Einsteins Ziel: Beschreibe einen Mechanismus, der die Gravitation erklärt und der vereinbar ist mit der SRT.

Und wieder ein Gedankenexperiment: Das Fahrstuhl-Labor



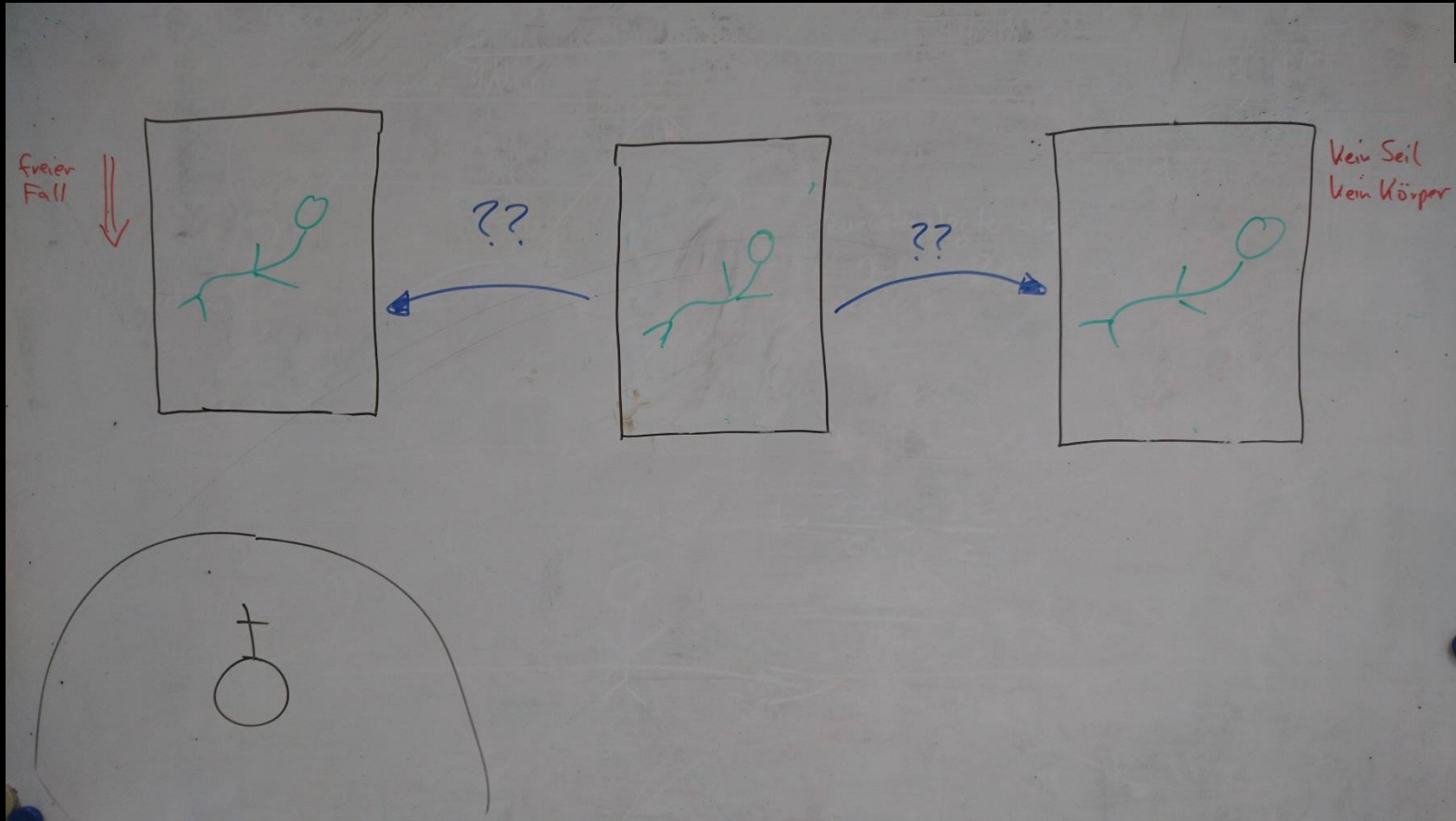
ART: Fahrstuhl-Labor



Wie kann man wissen, ob man eine Kraft G spürt, weil eine Masse anwesend ist, die gravitativ wirkt, oder weil man geradlinig gleichförmig beschleunigt wird?

Einstein: Man kann es nicht wissen! Beide Situationen sind äquivalent, d.h. physikalisch nicht zu unterscheiden. („mein glücklichster Gedanke“, unveröffentlichter Artikel 1920)

ART: Fahrstuhl-Labor



Wie kann man wissen, ob man keine Kraft G spürt, weil man sich im freien Fall befindet oder weil kein Seil am Labor zieht bzw. kein Körper eine Gravitation ausübt?

Man kann es nicht wissen! Beide Situationen sind äquivalent.

ASRT: Äquivalenzprinzip



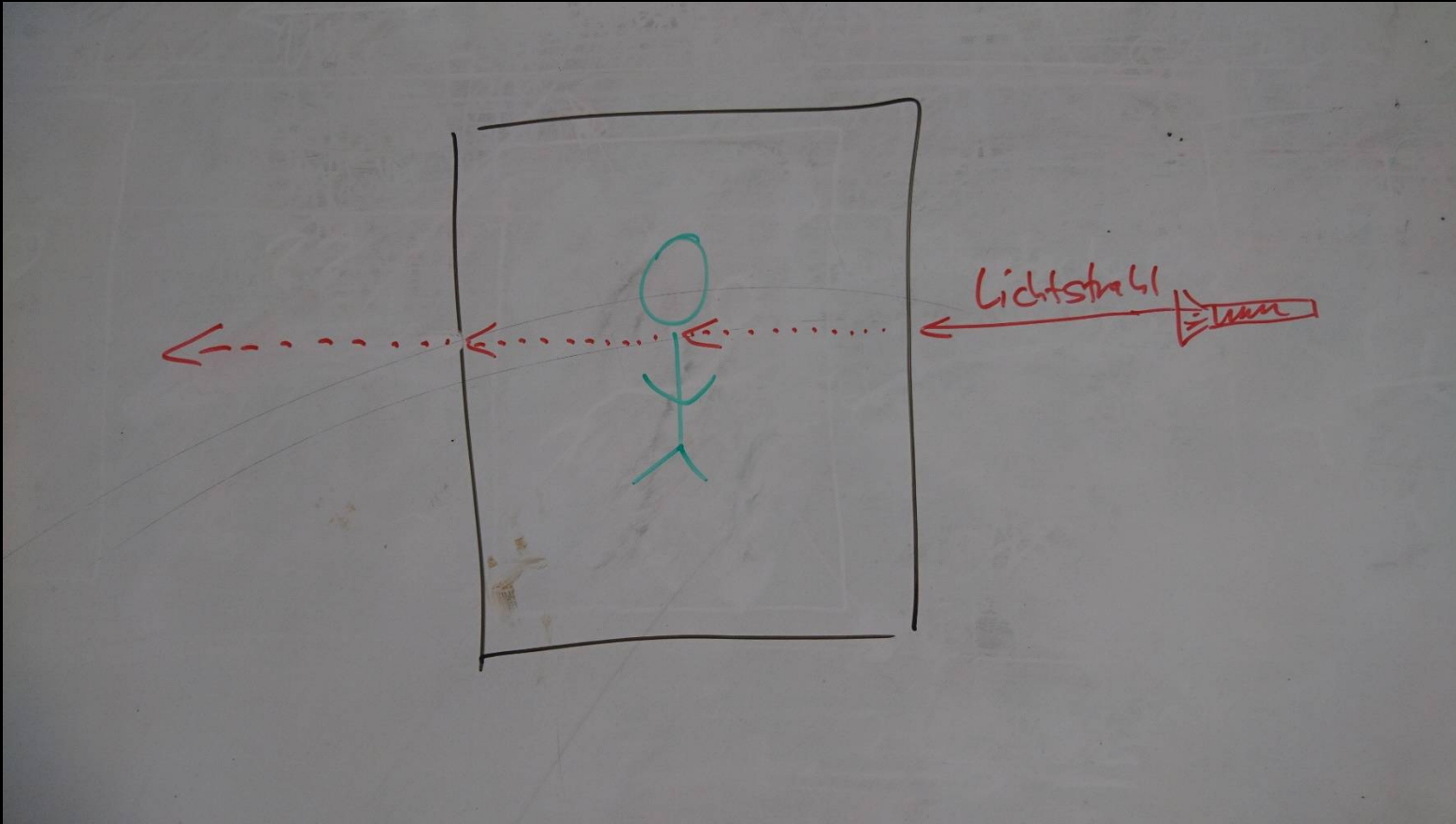
Gravitation und Beschleunigung sind äquivalent.

Die physikalischen Gesetze in einem gleichförmigen Gravitationsfeld und in einem gleichförmig beschleunigten Labor sind dieselben.

- träge und schwere Masse sind äquivalent ($F=ma$, $F=G \cdot m \cdot M/r^2$)
- Diese Einsicht führt zu mathematischen Methoden, der Gravitation habhaft zu werden: Ersetze Gravitation durch beschleunigte Bewegung!



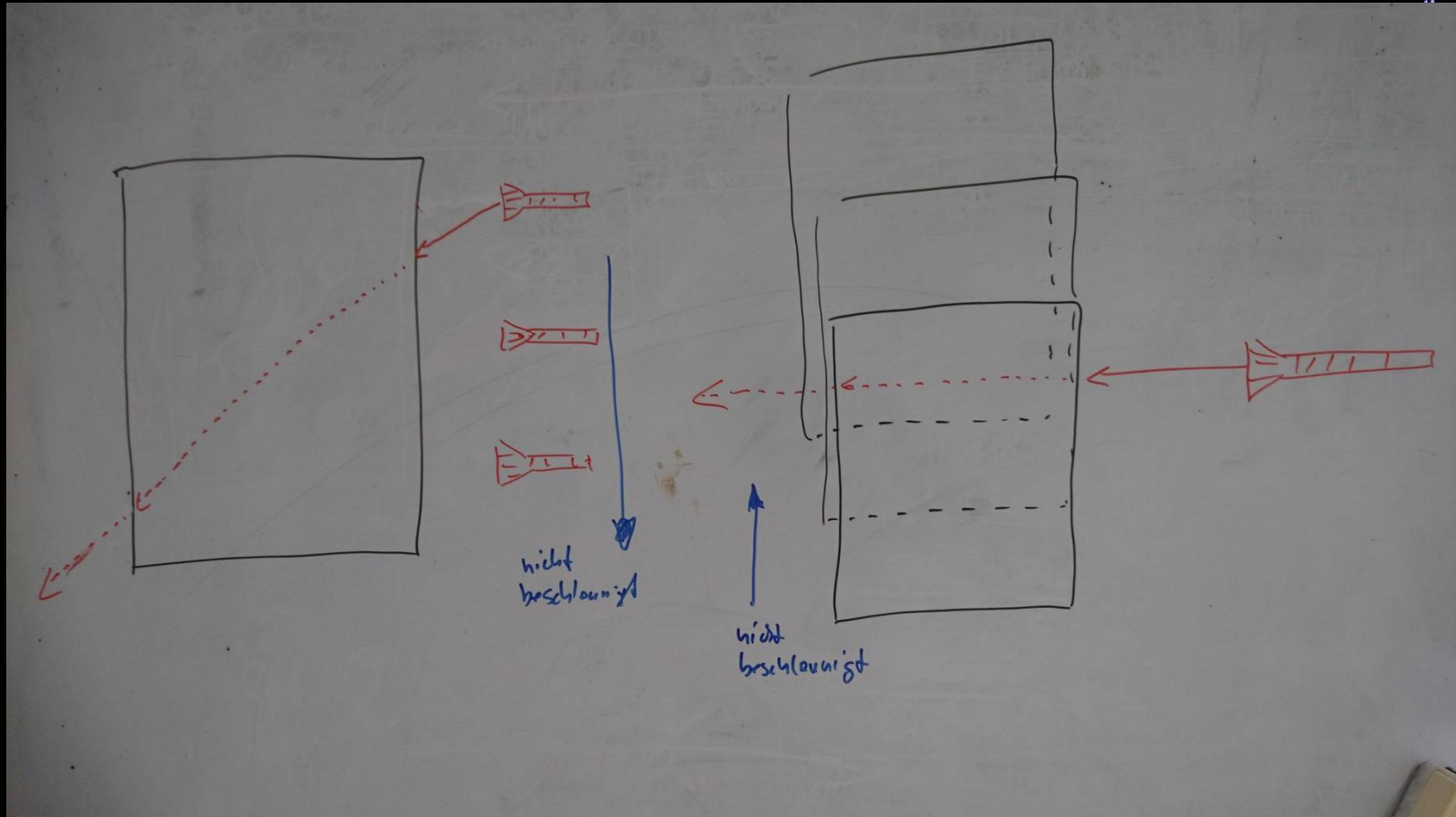
ART: Fahrstuhl-Labor



Lichtquelle und Labor in Ruhe zueinander.

Lichtstrahl durchläuft das Labor horizontal geradlinig.

ART: Fahrstuhl-Labor

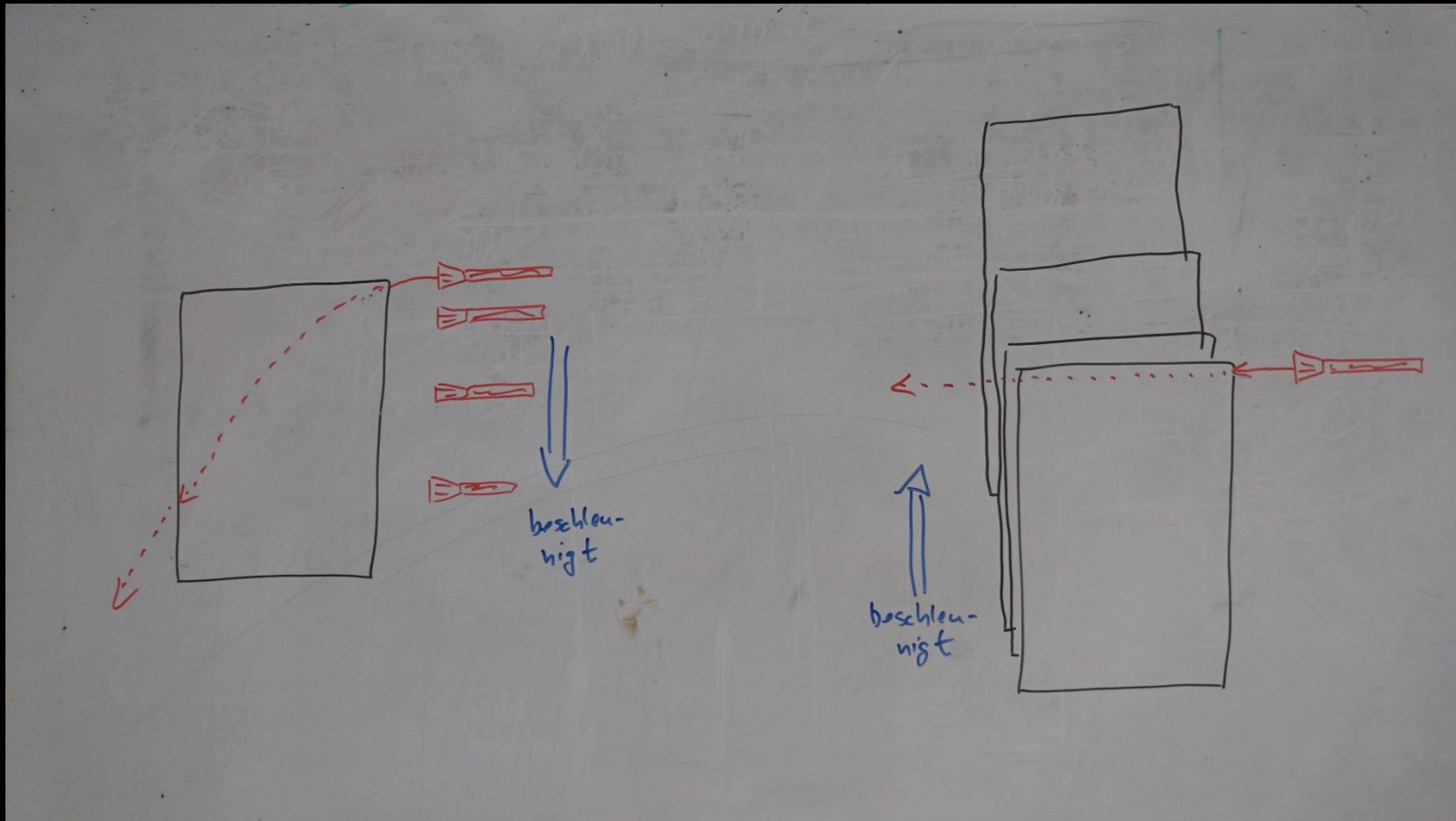


Lichtquelle und Labor bewegen sich relativ zueinander geradlinig gleichförmig, keine Beschleunigung.

Lichtquelle: Lichtstrahl durchläuft das Labor horizontal geradlinig während sich das Labor nach oben bewegt.

Labor: Lichtstrahl durchläuft das Labor diagonal geradlinig, während sich die Lichtquelle nach unten bewegt.

ART: Fahrstuhl-Labor



Lichtquelle und Labor bewegen sich relativ zueinander geradlinig gleichförmig beschleunigt.

Lichtquelle: Lichtstrahl durchläuft das Labor horizontal geradlinig während sich das Labor beschleunigt nach oben bewegt.

Labor: Lichtstrahl durchläuft das Labor auf einer gekrümmten Bahn von oben nach unten, während sich die Lichtquelle in derselben Richtung immer schneller bewegt.

ART: Fahrstuhl-Labor



Wir lernen: beschleunigte Bewegung verformt Lichtstrahlen.

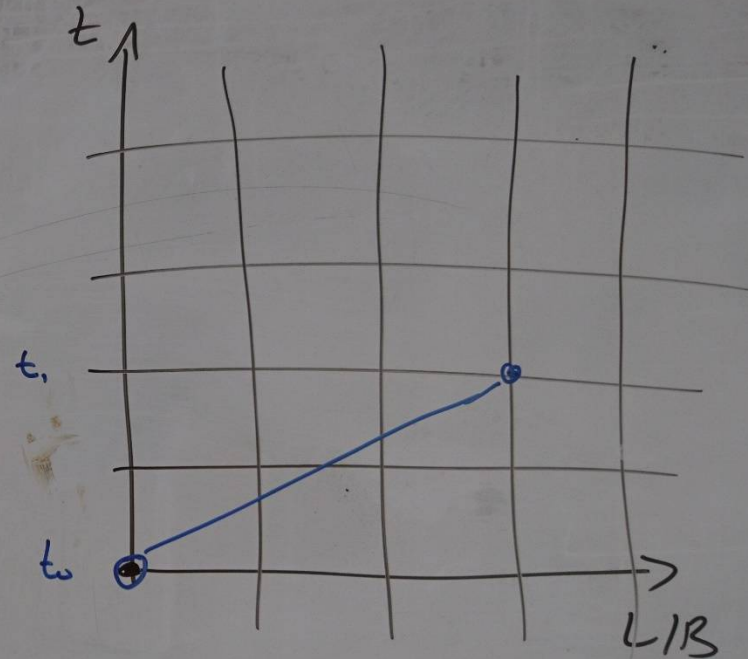
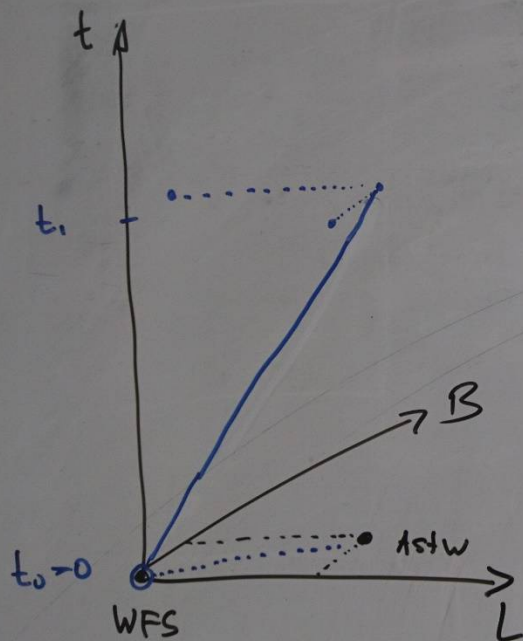
Aber lt. Äquivalenzprinzip sind Beschleunigung und Gravitation nicht unterscheidbar → Gravitation verformt Lichtstrahlen!

... obwohl doch ursprünglich Gravitation eine Erscheinung massebehafteter Objekte war (Newton), aber Photonen keine Masse besitzen....?!?!?

→ Gravitation kann nicht als Kraft auf massebehaftete Körper erklärt werden. Das ist nicht der gesuchte Mechanismus.



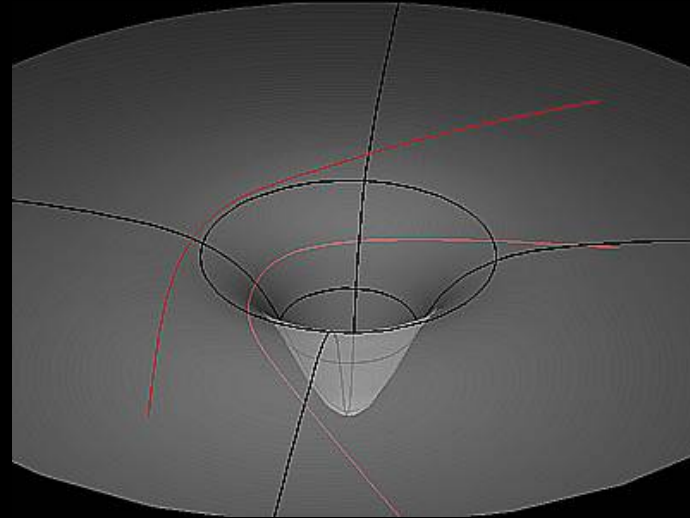
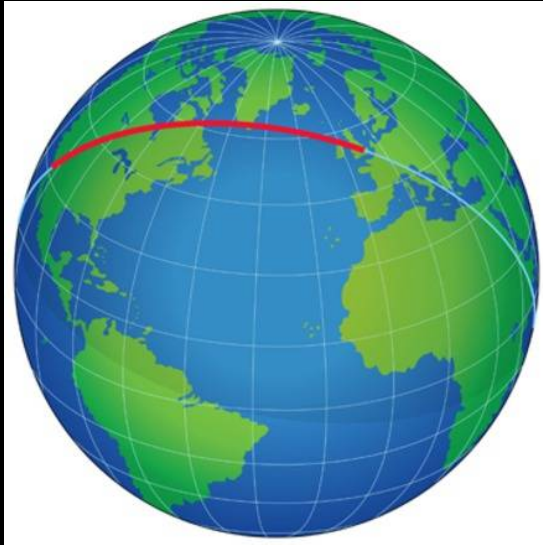
ART: Geodätische Linien



Fußmarsch (Luftlinie) von der WFS zur AStw. Gleichförmig, geradlinig. L-Länge, B-Breit, t-Zeit. Der Weg im Gebilde aus 2 Raumdimensionen und einer Zeitdimension stellt ein Geradenstück dar. (Geodäte)

ART: Geodätische Linien

Geodätische Linien sind kürzeste Verbindungen zwischen zwei Punkten auf einer ebenen oder gekrümmten Fläche (Mannigfaltigkeit)



- Wählt man als Mannigfaltigkeit die 3+1-dimensionale Raumzeit, so stellt eine geradlinig gleichförmige Bewegung in dieser Raumzeit einen geraden Weg auf einer geodätischen Linie dar, solange diese Mannigfaltigkeit eben ist, d.h. keine Krümmungen besitzt.
- Bei Galilei/Newton bewegen sich Körper ohne Krafteinfluss geradlinig gleichförmig. Dies wird nun verallgemeinert.

ART: Geodätische Linien



- Gravitation wird nicht mehr als Krafteinfluss verstanden, denn durch Koordinatentransformation kann man diesen Krafteinfluss verschwinden lassen.
- Körper in einem Schwerfeld bewegen sich auf Geodäten des umgebenden Raumes, d.h. der Raumzeit. Die Anwesenheit von Gravitation verformt die Raumzeit und sorgt dafür, dass Geodäten keine Geraden mehr sind.
- Der gesuchte Mechanismus der Gravitation in der ART ist deshalb:
 1. Die Anwesenheit von Massen verformt die umgebende Raumzeit.
 2. Die Verformung propagiert sich in der Raumzeit mit Lichtgeschwindigkeit (Gravitationswellen)
 3. Andere Körper im Bereich der Verformung reagieren auf diese Verformung, indem sie mit ihrer Bewegung ohne Krafteinfluss den nun gekrümmten Geodäten folgen.



ART: Wenn die Erde verschwindet



Was geschieht also, wenn die Erde plötzlich verschwindet? Keine instantane Fernwirkung, sondern:

1. Krümmung der Raumzeit in der Umgebung der ehemaligen Erde verschwindet, weil die Masse verschwunden ist.
2. Dies propagiert sich mittels Gravitationswellen in die weitere Umgebung. Die Gravitationswellen erreichen nach 1.3s den Mond
3. Für den Mond verschwindet jetzt die Krümmung der Raumzeit, die vorher durch die Erde hervorgerufen worden war. Die lokalen Geodäten für den Mond ändern sich und er verlässt seine ehemalige Umlaufbahn.



SRT & ART: Hafele-Keating Experiment

- Oktober 1971, Caesium-Uhren an Bord eines Flugzeugs.
- 3 Gruppen von Uhren: stationär am Ausgangspunkt, 2 Erdumrundungen ostwärts, 2 Erdumrundungen westwärts.
- Bezugssystem: Erdmittelpunkt.
- SRT: Zeitdehnung wg der Bewegung
- ART: Zeitstauchung wg der Höhe (geringere Gravitation)

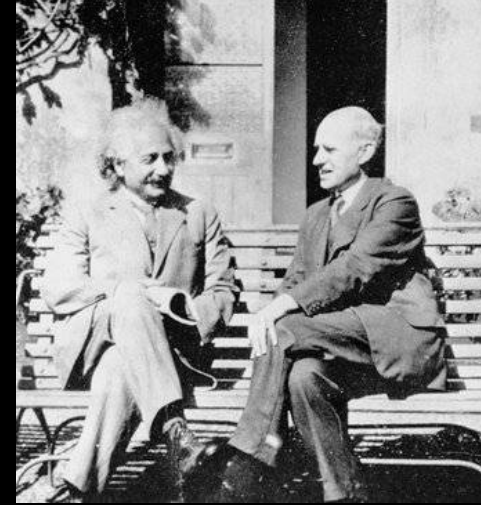


	nanoseconds gained, predicted			nanoseconds gained, measured	difference
	gravitational (general relativity)	kinematic (special relativity)	total		
eastward	+144 ±14	-184 ±18	-40 ±23	-59 ±10	0.76 σ
westward	+179 ±18	+96 ±10	+275 ±21	+273 ±7	0.09 σ

ART: Sofi 1919



- 29. Mai 1919. Afrika (Principe) und Brasilien. Sonne in den Hyaden. Leicht zu vermessene helle Sterne.
- Wolken behinderten die Beobachtungen, aber es konnten Aufnahmen gemacht werden.
- Eddington interpretierte die Ergebnisse als Bestätigung der ART. Das wurde aber später wg. Mangelnder Genauigkeit angezweifelt. *(Daniel Kennefick: Testing relativity from the 1919 eclipse — a question of bias)*



ART: Doppelquasar QSO 0957+561

- Doppelte Abbildung eines einzigen Quasars durch Gravitationslinse, Galaxie YGKOW G1 in einem Galaxienhaufen
- +16.5/+16.7mag, 6" Abstand

- In der Nähe von NGC3079, UMa

Galaxy NGC 3079 and the Twin Quasar



© 2017 Mike Keith

ART: Einsteinring

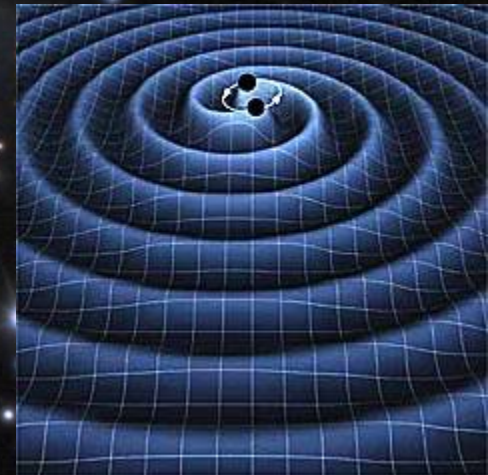
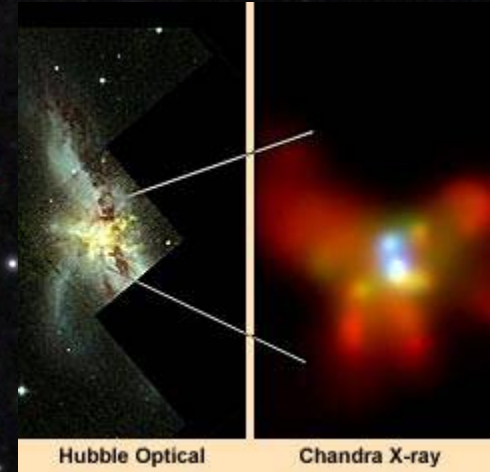
- Galaxienhaufen SDSS J0146-0929 verformt die Raumzeit und erzeugt eine ringartige Abbildung einer dahinter liegenden Galaxie.

<https://www.nasa.gov/image-feature/goddard/2018/hubble-finds-an-einstein-ring>



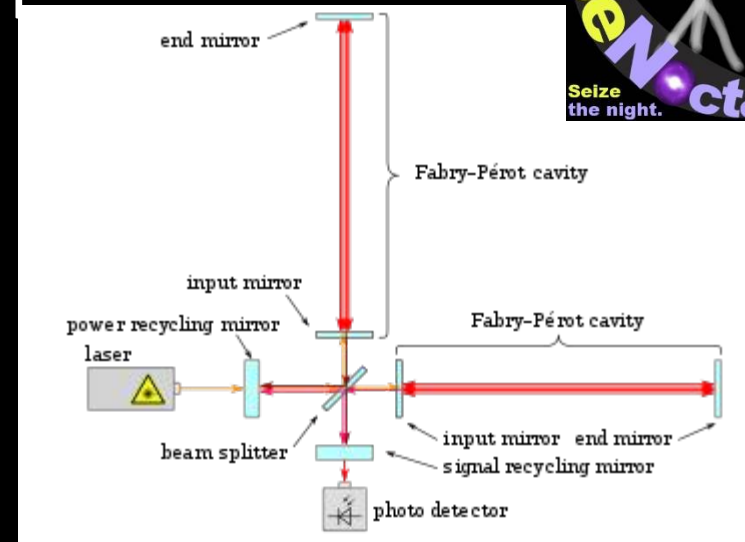
ART: NGC6240

- NGC6240 in Oph, 400 Mly, +13mag
- Star burst galaxy
- 2 aktive schwarze Löcher von 2 ursprünglich einzelnen Galaxien
- Tidal tails (Gezeitenarme)
- Die schwarzen Löcher sind noch nicht vereinigt, Menschen könnten dies aber noch erleben und die Gravitationswellen messen.



ART: LIGO und Gravitationswellen

- Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory , 2 Observatorien, 3000km entfernt.
- Gravitationswellen stauchen/strecken den Raum. Gemessen wird mit Laser-Interferenz
- 4km Länge je Schenkel. Messbar sind Änderungen bis $1/10,000$ des Durchmessers eines Protons.
- Observatorien arbeiten gemeinsam um andere Quellen auszuschließen.
- 14.9.2015 erste Detektion, 11.2.2016 Veröffentlichung
- Nobelpreis 2017 an Barish/Thorne/Weiss für ihre Beiträge zum Projekt und des Nachweises



LIGO-Observ



GRT+ART: weitere interessante Aspekte



- GPS würde nicht funktionieren ohne RT (Zeitmessung ist ausschlaggebend für Entfernungs- und Positionsbestimmung. Uhren im Orbit laufen anders (ART+SRT) als auf der Erde).
- „gravitational redshift“ gemessen an Neutronensternen und weißen Zwergen (elektromagnetische Wellen werden durch ein umgebendes starkes Gravitationsfeld merklich rotverschoben)
- Binär/Doppel-Pulsare. Energieabgabe durch Gravitationswellen. Dadurch Energieverlust, Orbits ändern sich. Das kann gemessen werden.
- LISA (Laser Interferometer Space Antenna). Interferometrischer Detektor für Gravitationswellen im All. ESA+NASA. NASA 2011 ausgestiegen. Start voraussichtlich 2034.



RT und der Mond (LLR - Lunar Laser Ranging)

- Lunar Science Aspekt, gravitationstheoretischer Aspekt
- Ist das Äquivalenzprinzip korrekt?
- ISR – inverse square law
- Veränderungen der Gravitationskonstante in Zeit und Raum?
- Modernisierte Reflektoren und alternative Standorte werden vorgeschlagen und harren der Umsetzung. Vorbereitung entsprechender Experimente mit dem

Mars.

Quelle:
"The Moon as a Test Body for General Relativity - A White Paper to the Planetary Science Decadal Survey"

