

Einsteins Relativitätstheorie

Geschichte, Ideen, Praxis Teil 5

André Hartmann

11. März 2019

SRT: Relativitätsprinzip



1. Die physikalischen Gesetze sind gleich für alle Beobachter mit geradlinig-gleichförmiger Geschwindigkeit.
2. Die (Vakuum-)Lichtgeschwindigkeit ist die gleiche für alle diese Beobachter.

SRT: Relativitätsprinzip



•Bedeutung:

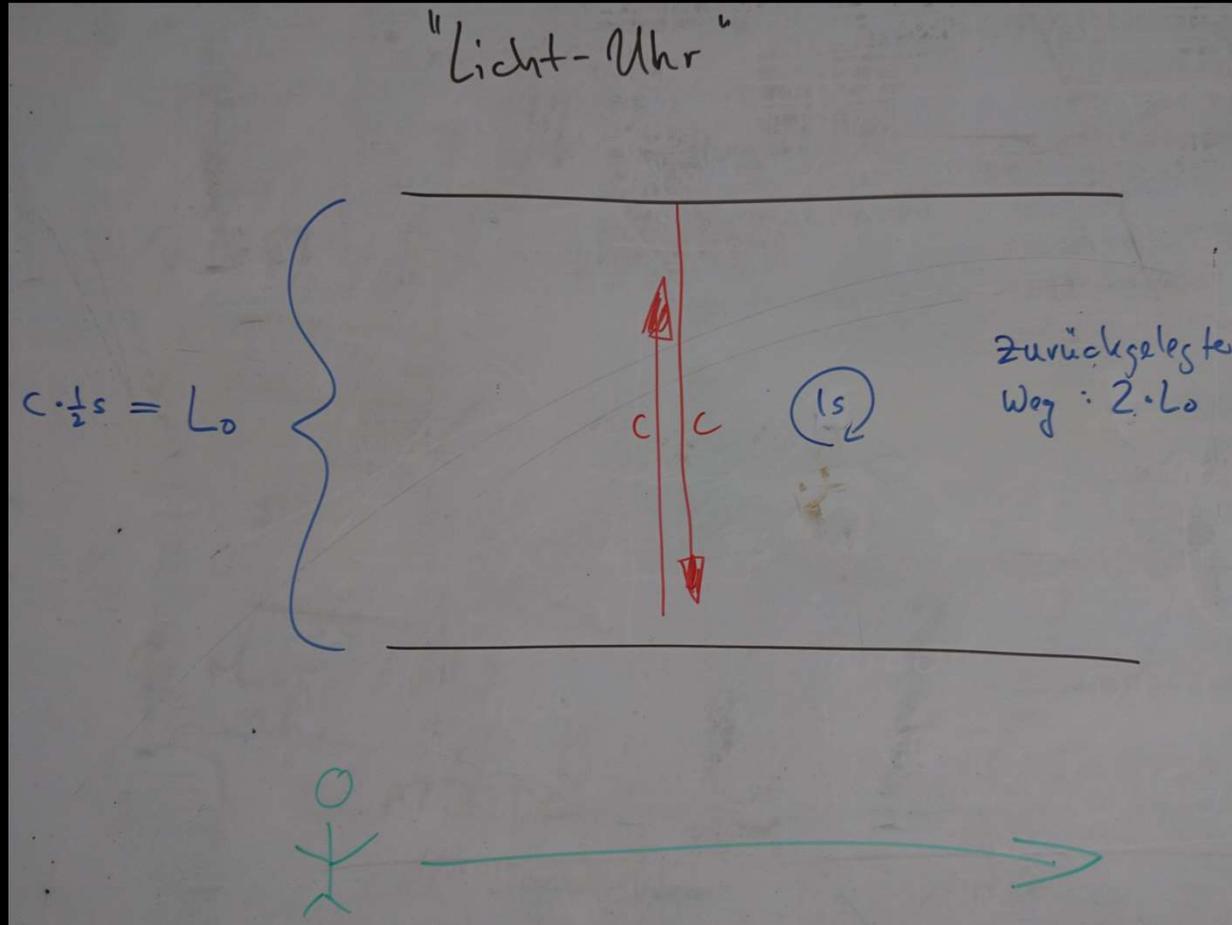
Zu 1.:

- Es gibt keinen ausgezeichneten Ruhezustand.
- Auf dem Erdboden (0km/h), in einem Flugzeug (900km/h) oder einem Raumschiff, das an der Erde vorbeifliegt ($3/4c$) gelten die gleichen physikalischen Gesetze.

Zu 2.:

- Das Prinzip der herkömmlichen Geschwindigkeits-Addition gilt nicht, zumindest erst einmal nicht für c .
- Die Maxwellschen Gleichungen sind richtig.

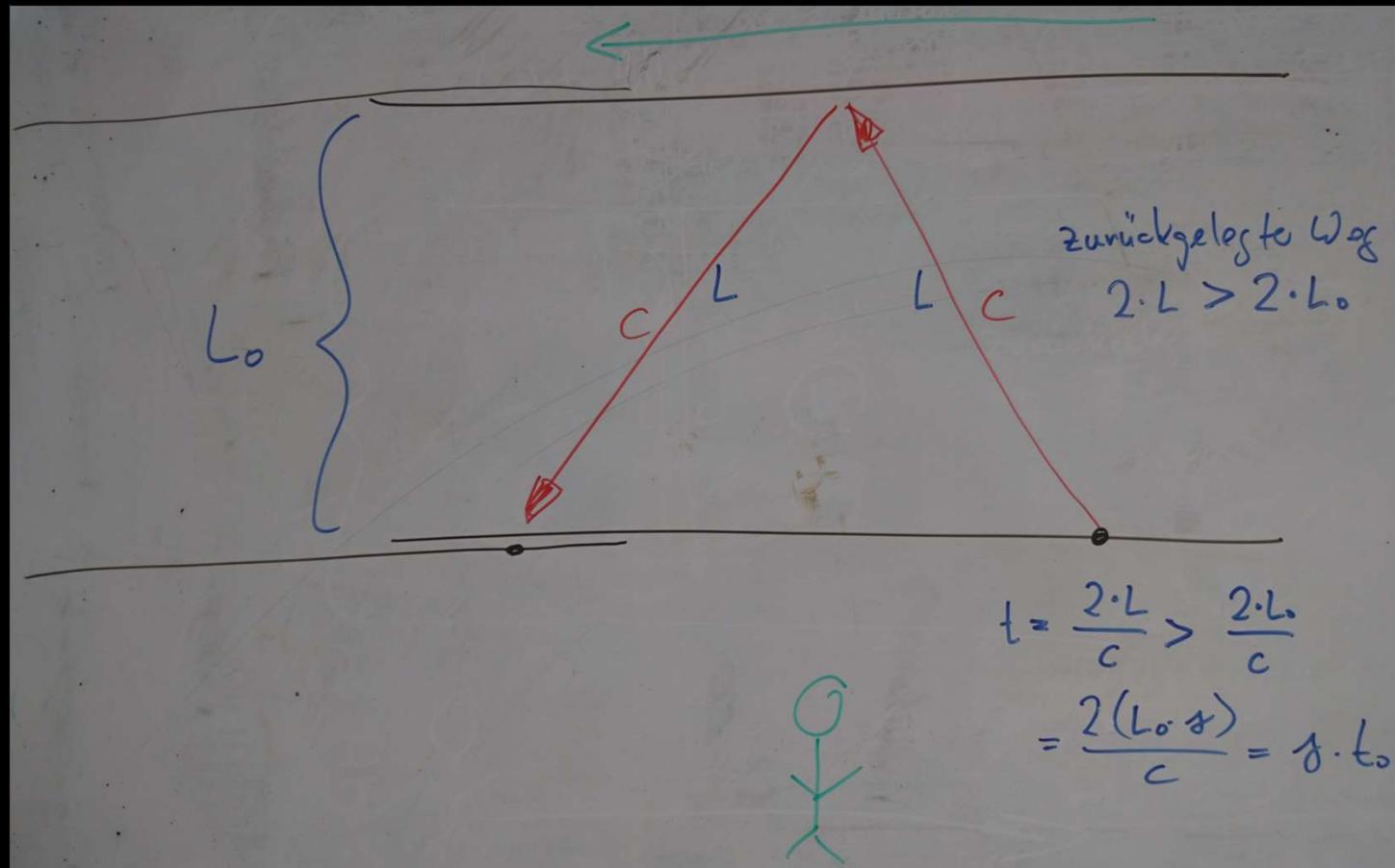
SRT: Gedankenexperiment „Licht-Uhr“



- Abbildung im Bezugssystem der Uhr, d.h. in Ruhe relativ zur Uhr
- L_0 Breite der Uhr. Lichtimpuls läuft $2 \times \frac{1}{2}s$, also $1s$

Ein **Beobachter (grün)** bewegt sich geradlinig gleichförmig an der Uhr vorbei? Was sieht er? Nächstes Bild...

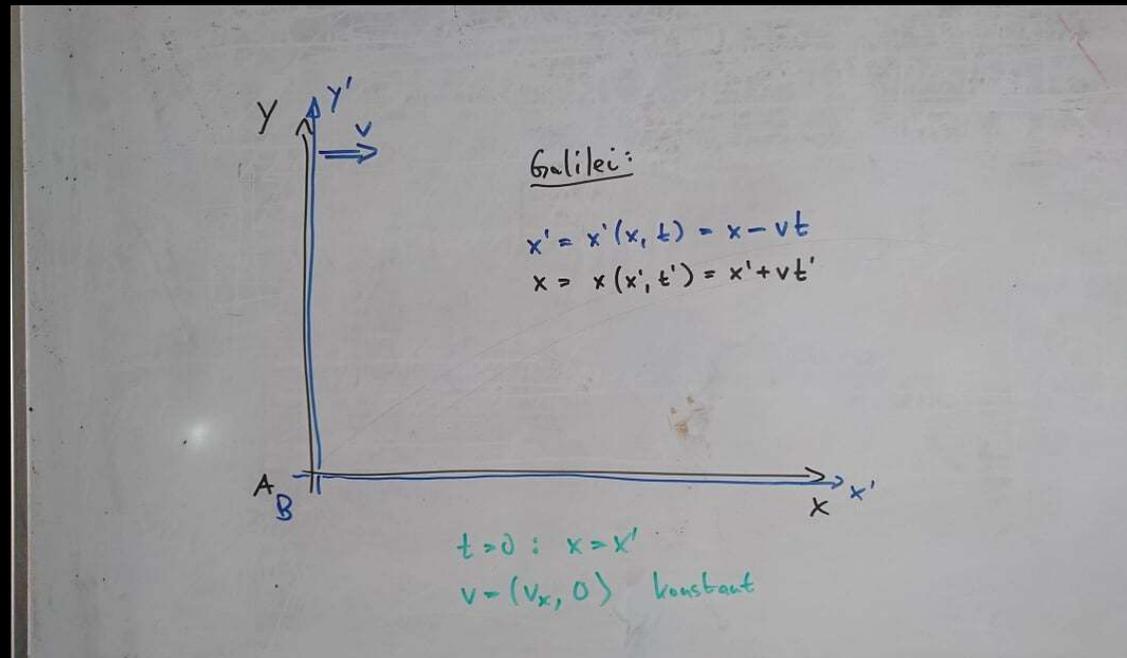
SRT: Gedankenexperiment „Licht-Uhr“



Uhr bewegt sich am Beobachter vorbei. Lichtimpuls legt den Weg $2 \cdot L$ zurück, nicht $2 \cdot L_0$. Aber das ist länger als $2 \cdot L_0$. Daher ist die beobachtete Zeitdauer mehr als 1s

$$L = L_0 \cdot \gamma \text{ sowie } t = t_0 \cdot \gamma \text{ (} t_0 = 1\text{s)}$$

SRT: LT – einfache Herleitung



- Situation: 2 Beobachter A und B, Bewegung relativ zu einander in x-Richtung mit Geschwindigkeit $v < c$. Zum Zeitpunkt $t=0$ liegen beide Koordinatenursprünge übereinander.
- Umrechnung der Koordinaten ineinander nach Galilei wie im Bild angegeben.
- Zum Zeitpunkt $t=0$ wird ein Photon in x-Richtung emittiert (Lichtgeschwindigkeit)

SRT: LT – einfache Herleitung

<p><u>Galilei:</u></p> $x' = x - v \cdot t$ $x = x' + v \cdot t'$	<p><u>Lorentz (Ansatz):</u></p> $x' = \gamma \cdot (x - v \cdot t)$ $x = \gamma \cdot (x' + v \cdot t')$
---	--

- Sowohl A als auch B beobachten das Photon mit seiner Lichtgeschwindigkeit c . Das widerspricht der Galilei-Transformation, die zu linearer Geschwindigkeitsaddition führt. Die Galilei-Transformation soll ersetzt werden.
- In der Herleitung wählen wir den Ansatz wie im Bild angegeben. Eine Diskussion dazu nach der Herleitung.

SRT: LT – einfache Herleitung



$$\begin{aligned} \underline{x'} &= c \cdot t' \\ c \cdot t' &= \gamma \cdot (\underline{x} - v \cdot t) \\ c \cdot t' &= \gamma \cdot (\underline{c \cdot t} - v \cdot t) \\ \underline{c \cdot t'} &= \gamma \cdot \underline{t \cdot (c - v)} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \underline{x} &= c \cdot t \\ c \cdot t &= \gamma \cdot (\underline{x'} + v \cdot t') \\ c \cdot t &= \gamma \cdot (\underline{c \cdot t'} + v \cdot t') \\ \underline{c \cdot t} &= \gamma \cdot \underline{t' \cdot (c + v)} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} (\underline{c \cdot t'}) \cdot (\underline{c \cdot t}) &= \gamma \cdot \underline{t \cdot (c - v)} \cdot \gamma \cdot \underline{t' \cdot (c + v)} \\ c^2 &= \gamma^2 \cdot (c^2 - v^2) \\ \gamma &= \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \end{aligned}$$

- Die Umformungen sind rein arithmetischer Natur. Sie führen zum Lorentz-Faktor γ (Gamma) in seiner üblichen Schreibweise.
- Interessante Beobachtungen zu γ auf der nächsten Folie

SRT: LT – einfache Herleitung

$$\gamma = \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

- γ hängt nicht von x , t , x' , t' ab. Die Lorentz-Transformation wirkt damit an allen Orten und zu allen Zeiten des Ereignis-Raumes gleich. Das ist aufgrund des 1. Relativitätsprinzips zu erwarten!
- γ hängt nur vom Verhältnis v/c ab. Für $v=0$ ist $\gamma=1$ und die LT geht in die GT über. Für sehr kleine v (zB $v=3,700\text{km/h}$ (Mond auf seiner Umlaufbahn) $v/c=3.4 \cdot 10^{-6}$, d.h. 0.00034%) ist γ circa 1, d.h. SRT-Effekte sind extrem klein.
- γ ist für $v \geq c$ nicht definiert. Die Beobachter müssen also für dieses Gedankenexperiment eine Geschwindigkeit echt kleiner als c relativ zueinander haben.

SRT: LT – einfache Herleitung

Warum der Ansatz $x' = \gamma^*(x-vt)$, $x = \gamma^*(x'+vt')$?

- Die Koordinatentransformation sollte die systembestimmenden Größen x , t , v , c umfassen. Also $x' = f_1(x, v, t)$ sowie $x = f_2(x', v, t')$. Aufgrund des 1. Relativitätsprinzips ist c als eine Konstante aufzufassen, die natürlich auch vorkommen darf.. wie theoretisch jede beliebige Naturkonstante.
- f_1 , f_2 sollten so gestaltet sein, dass sie die GT als Spezialfall enthalten. Die GT ist für die Alltagswelt tauglich und sehr gut bestätigt.
- $x-vt$ ist der x -Abstand des Photons von B, gesehen aus der Sicht von A. $x'+vt'$ ist der x -Abstand des Photons von A, gesehen aus der Sicht von B. Die horizontale Koordinatentransformation sollte nur von diesen Abständen abhängen, nicht von den x , t , x' , t' direkt. Sonst würden an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten verschiedene Transformationen (also physikalische Gesetzmäßigkeiten) gelten. Also $f_1 = f_1(x-vt)$ und $f_2 = f_2(x'+vt')$.
- f_1 , f_2 sollten bzgl. der o.g. Abstände vom jeweils anderen Beobachter gleich sein. Das folgt aus dem 1. Relativitätsprinzip. Also $f_1 = f_2 = f$.
- f sollte so gestaltet sein, dass $f(0, v, 0) = 0$ ist (Koordinatenursprünge liegen bei $t=0$ übereinander).

SRT: Lorentz-Transformation

$$\begin{aligned} \underline{x} &= \gamma (\underline{x}' + v \underline{t}') \\ \underline{x}' &= \gamma (\underline{x} - v \underline{t}) \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} t' &= \gamma \left[t - \frac{xv}{c^2} \right] \\ t &= \gamma \left[t' + \frac{x'v}{c^2} \right] \end{aligned}$$

Benutze dabei: $\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} = \frac{v^2}{c^2}$

- Transformation der Zeitkoordinate unter LT, hergeleitet aus der Transformation der x-Koordinate und des Wertes für den Lorentz-Faktor

SRT: Lorentz-Transformation

$$E_1 = (x_0', t_1')$$

$$E_2 = (x_0', t_2')$$

$$\Delta t_E' = t_2' - t_1'$$

$$\Delta t_E = t_2 - t_1 = \gamma \cdot \left[t_2' + \frac{v x_0'}{c^2} \right] - \gamma \cdot \left[t_1' + \frac{v x_0'}{c^2} \right]$$

$$= \gamma \cdot (t_2' - t_1')$$

$$= \gamma \cdot \Delta t_E'$$

- Herleitung der Zeitdilatation: E_1 und E_2 sind zwei Ereignisse am selben Ort x_0 aber zu unterschiedlichen Zeitpunkten t_1, t_2, t_1', t_2' .
- Die Zeit, die zwischen beiden Ereignissen vergeht, ist für die beiden Beobachter nicht dieselbe.
- Ganz ähnlich überzeugt man sich vom Verlust der Gleichzeitigkeit sowie von der Längenkontraktion.

SRT: Zusammenfassung

$$x' = \gamma \cdot (x - vt)$$
$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$t' = \gamma \left[t - \frac{xv}{c^2} \right]$$
$$t = \gamma \left[t' + \frac{x'v}{c^2} \right]$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Lorentz - Faktor

$$\Delta t_E = \gamma \cdot \Delta t'_E$$

Zeitdilatation

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

Geschwindigkeitsaddition

$$L = L_E / \gamma$$

(Eigenlänge)

ART: Inkompatibilitäten

- Die Newtonsche Gravitation und die SRT sind inkompatibel. Beispiele: Geschwindigkeitsaddition und „geisterhafte Fernwirkung“.
- Gedankenexperiment: Was würde mit dem Mond passieren, wenn die Erde plötzlich verschwände? Newton: Instantane geradlinig-gleichförmige Bewegung. SRT: Die Information kann den Mond instantan gar nicht erreichen!
- Newton: „Es ist nicht anzunehmen, dass rohe, leblose Materie andere Materie ohne Kontakt beeinflussen soll. [...] Die Schwerkraft muß durch ein Mittel verursacht und übertragen werden, das ständig nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten agiert. Aber ob dieses Mittel materiell oder immateriell ist, überlasse ich meinen Lesern.“

„It is inconceivable, that inanimate brute matter should affect other matter without mutual contact. [...] Gravity must be caused by an agent acting constantly according to certain laws; but whether this agent be material or immaterial, I have left to the consideration of my readers.“ (Letter to Bentley, February 1693)



ART: Inkompatibilitäten

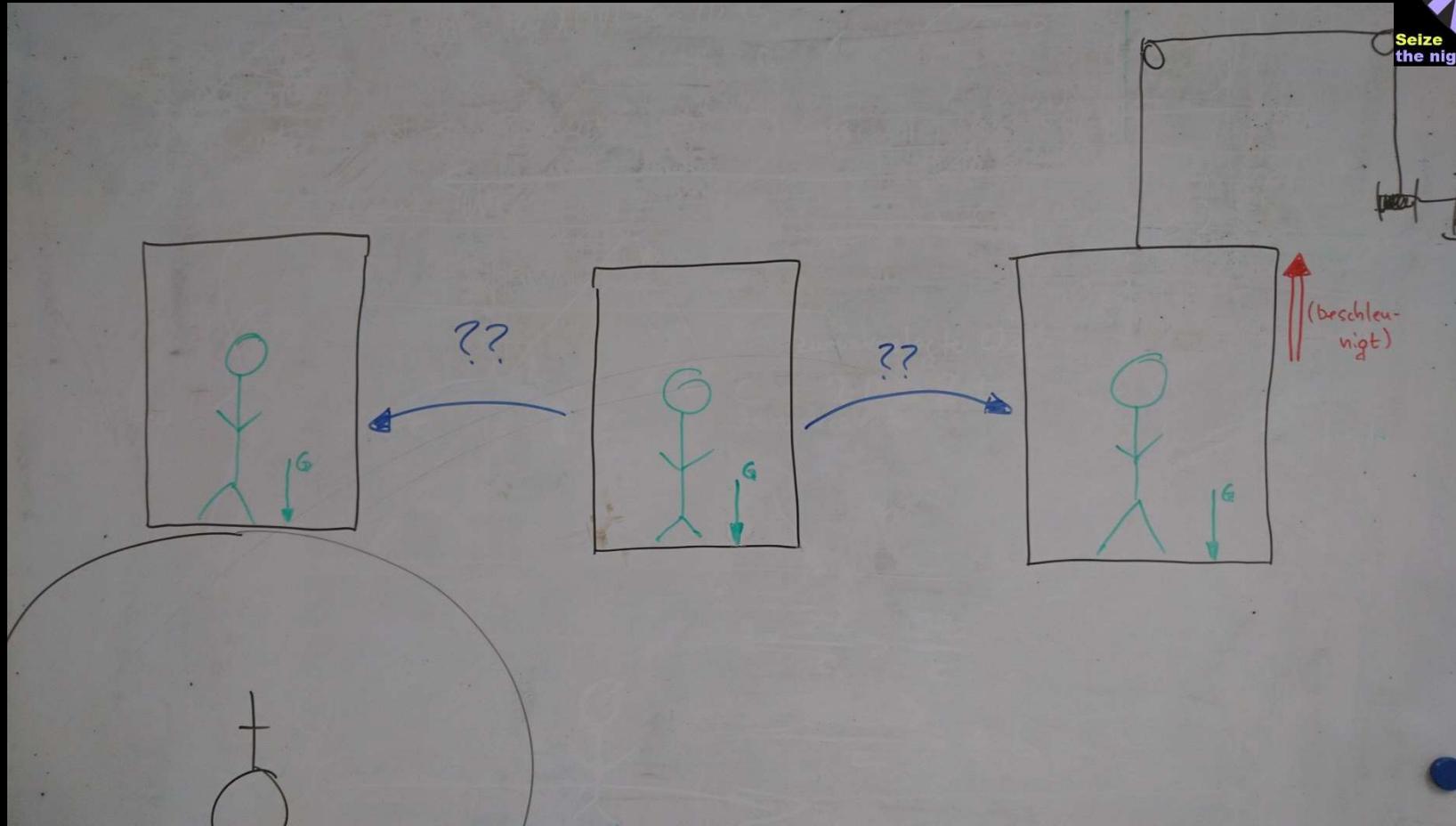
Newton wusste also nicht, was Gravitation ist. Seine Erkenntnis war:

Die Kraft die den Apfel zu Boden fallen lässt und die Kraft, die den Mond an die Erde binden, sind dieselbe Kraft.

Einsteins Ziel: Beschreibe einen Mechanismus, der die Gravitation erklärt und der vereinbar ist mit der SRT.

Und wieder ein Gedankenexperiment: Das Fahrstuhl-Labor

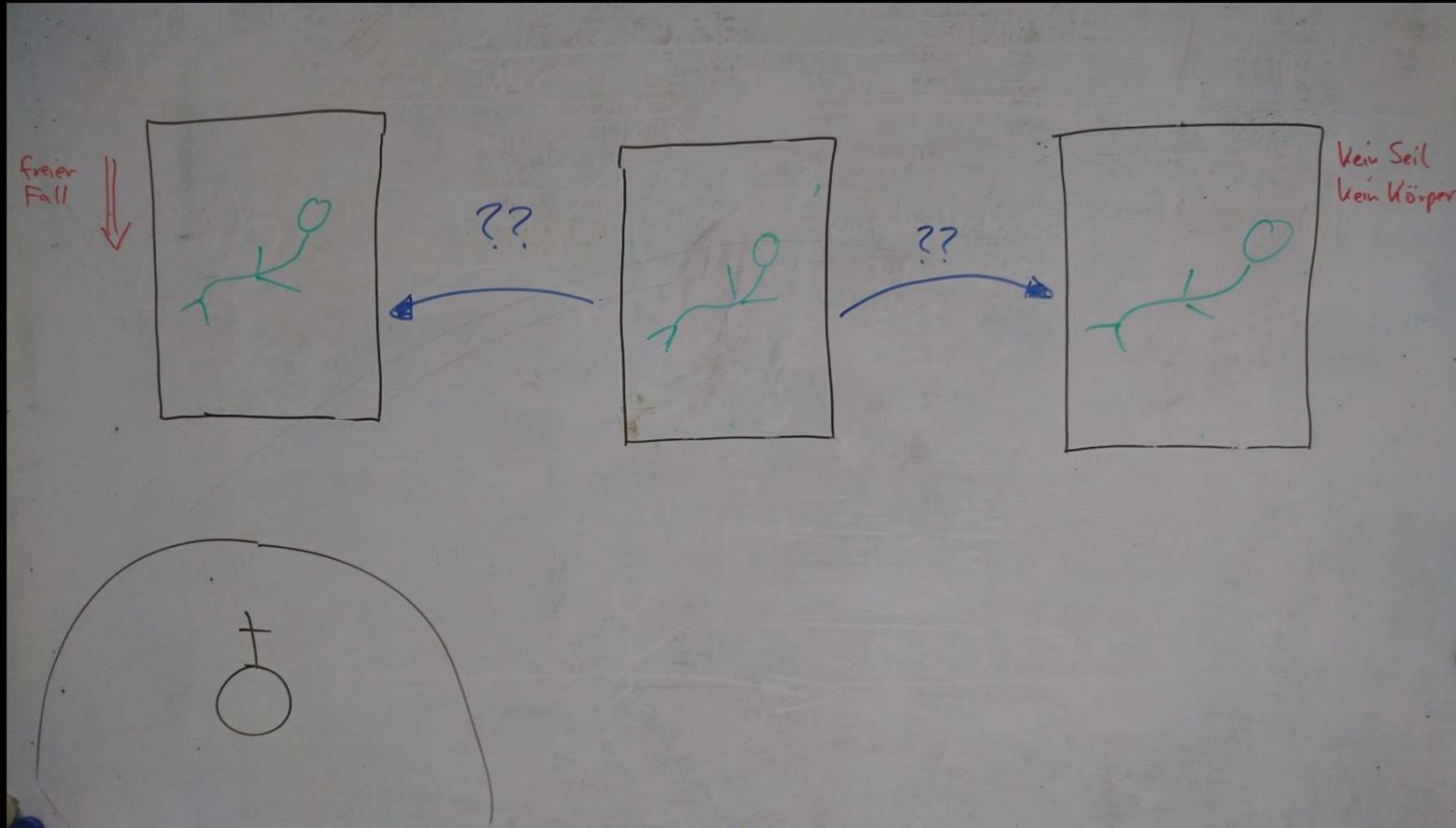
ART: Fahrstuhl-Labor



Wie kann man wissen, ob man eine Kraft G spürt, weil eine Masse anwesend ist, die gravitativ wirkt, oder weil man geradlinig gleichförmig beschleunigt wird?

Einstein: Man kann es nicht wissen! Beide Situationen sind äquivalent, d.h. physikalisch nicht zu unterscheiden. („mein glücklichster Gedanke“, unveröffentlichter Artikel 1920)

ART: Fahrstuhl-Labor



Wie kann man wissen, ob man keine Kraft G spürt, weil man sich im freien Fall befindet oder weil kein Seil am Labor zieht bzw. kein Körper eine Gravitation ausübt?

Man kann es nicht wissen! Beide Situationen sind äquivalent.

ASRT: Äquivalenzprinzip

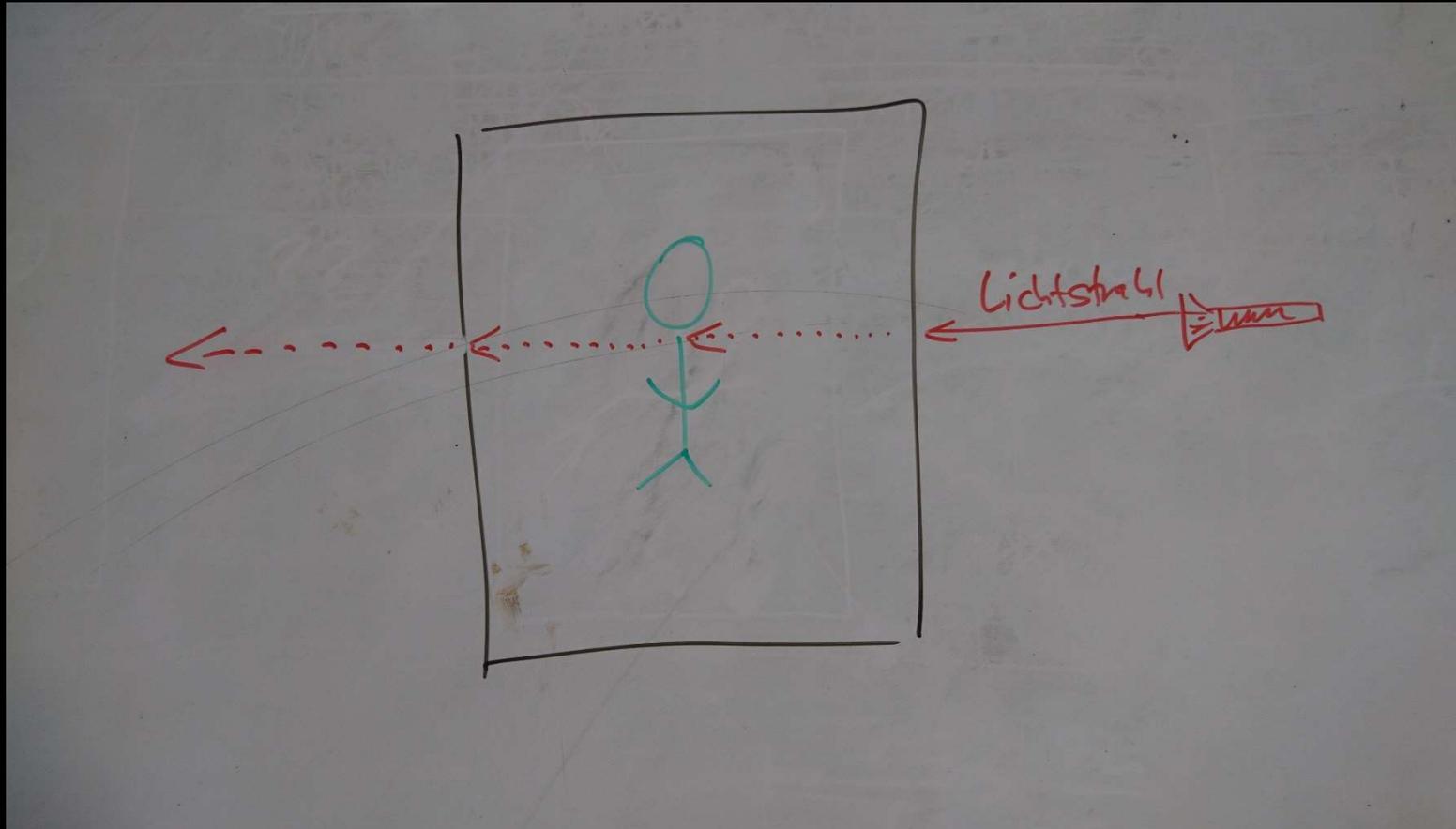


Gravitation und Beschleunigung sind äquivalent.

Die physikalischen Gesetze in einem gleichförmigen Gravitationsfeld und in einem gleichförmig beschleunigten Labor sind dieselben.

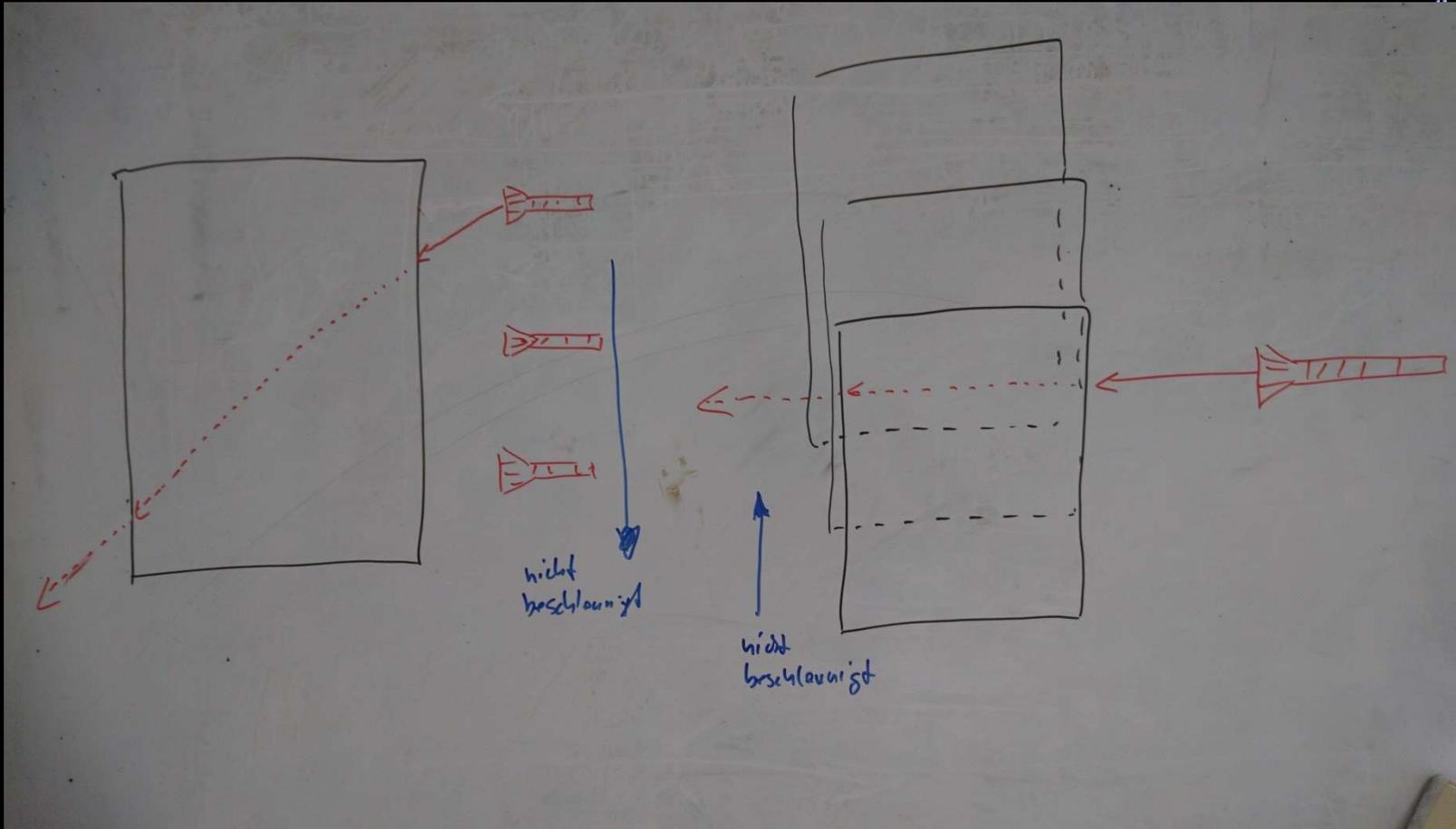
- träge und schwere Masse sind äquivalent ($F=ma$, $F=G \cdot m \cdot M/r^2$)
- Diese Einsicht führt zu mathematischen Methoden, der Gravitation habhaft zu werden: Ersetze Gravitation durch beschleunigte Bewegung!

ART: Fahrstuhl-Labor



Lichtquelle und Labor in Ruhe zueinander.
Lichtstrahl durchläuft das Labor horizontal geradlinig.

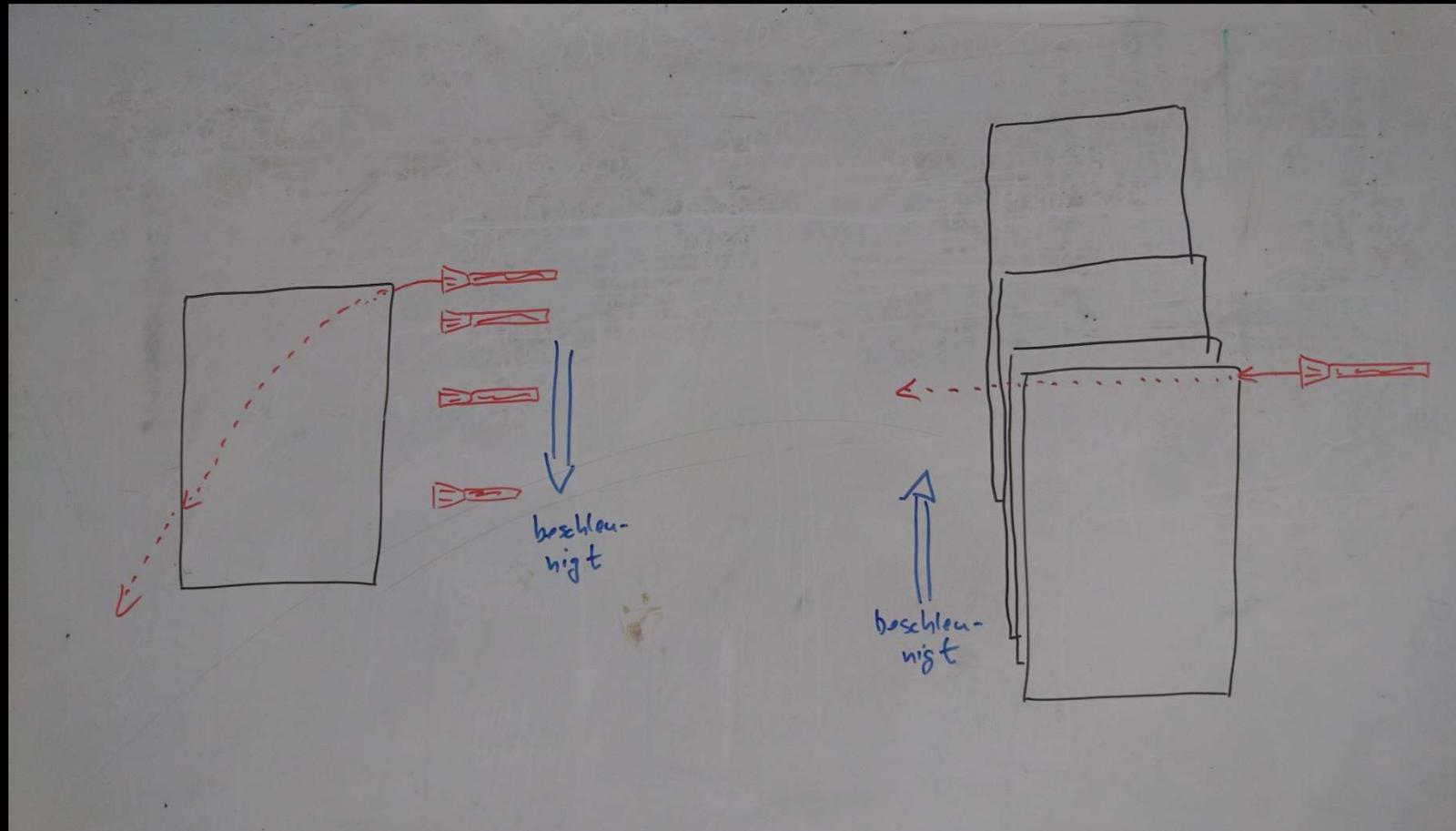
ART: Fahrstuhl-Labor



Lichtquelle und Labor bewegen sich relativ zueinander geradlinig gleichförmig, keine Beschleunigung.
Lichtquelle: Lichtstrahl durchläuft das Labor horizontal geradlinig während sich das Labor nach oben bewegt.

Labor: Lichtstrahl durchläuft das Labor diagonal geradlinig, während sich die Lichtquelle nach unten bewegt.

ART: Fahrstuhl-Labor



Lichtquelle und Labor bewegen sich relativ zueinander geradlinig gleichförmig beschleunigt.
Lichtquelle: Lichtstrahl durchläuft das Labor horizontal geradlinig während sich das Labor beschleunigt nach oben bewegt.
Labor: Lichtstrahl durchläuft das Labor auf einer gekrümmten Bahn von oben nach unten, während sich die Lichtquelle in derselben Richtung immer schneller bewegt.

ART: Fahrstuhl-Labor

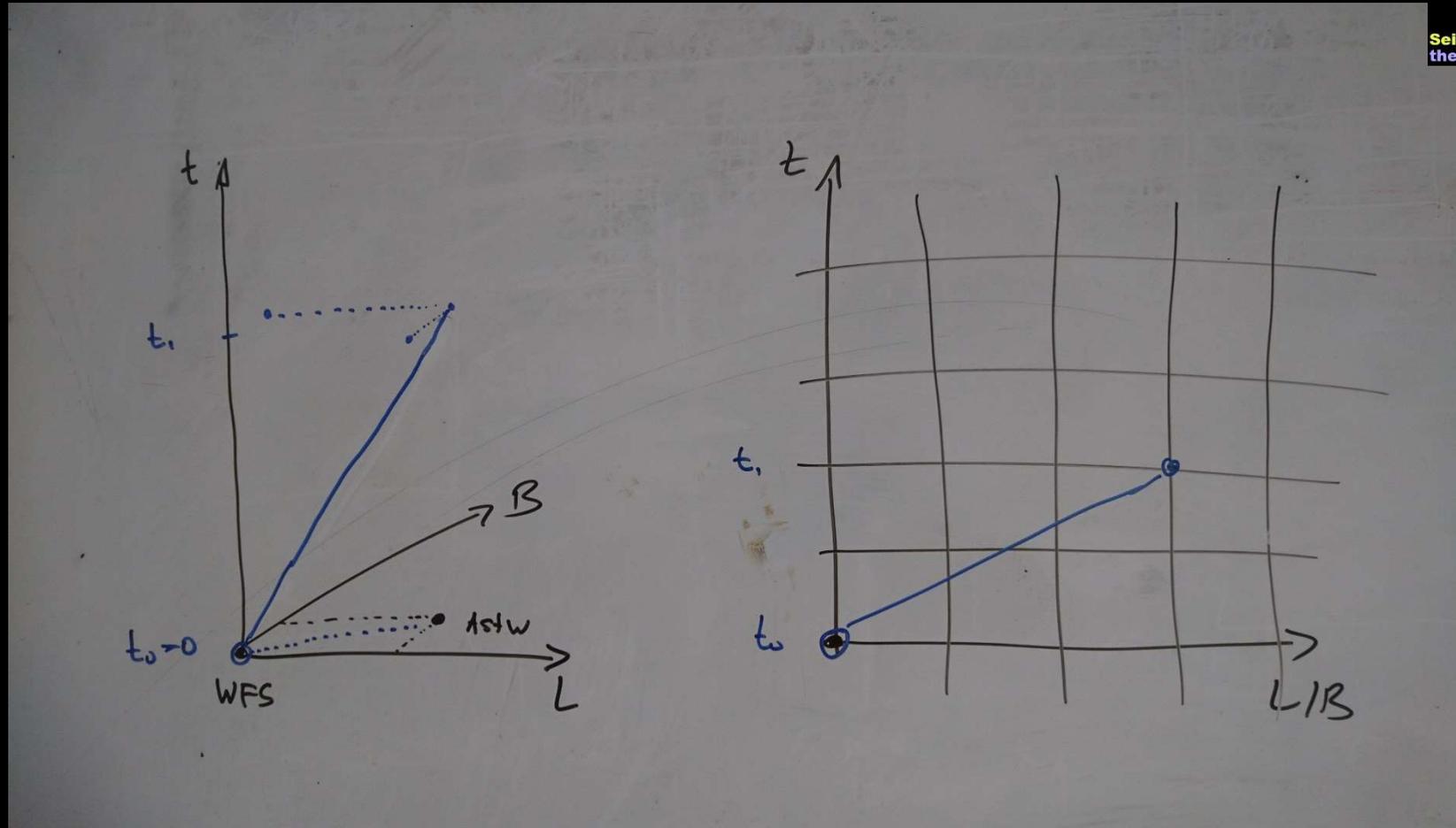
Wir lernen: beschleunigte Bewegung verformt Lichtstrahlen.

Aber lt. Äquivalenzprinzip sind Beschleunigung und Gravitation nicht unterscheidbar → Gravitation verformt Lichtstrahlen!

... obwohl doch ursprünglich Gravitation eine Erscheinung massebehafteter Objekte war (Newton), aber Photonen doch keine Masse besitzen....?!?!?

→ Gravitation kann nicht als Kraft auf massebehaftete Körper erklärt werden. Das ist nicht der gesuchte Mechanismus.

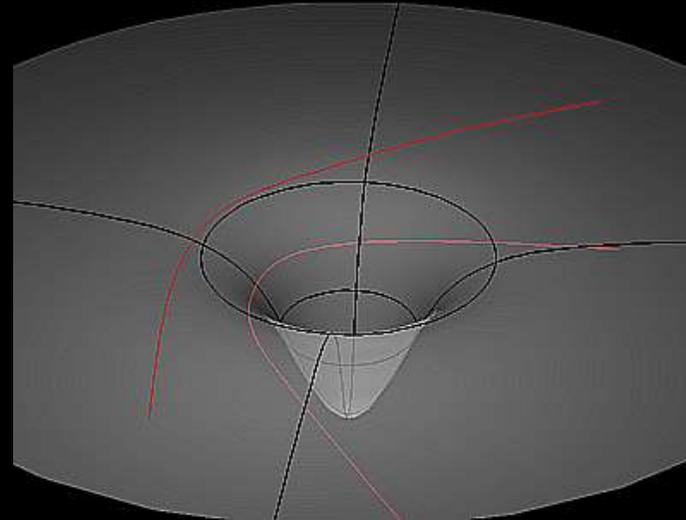
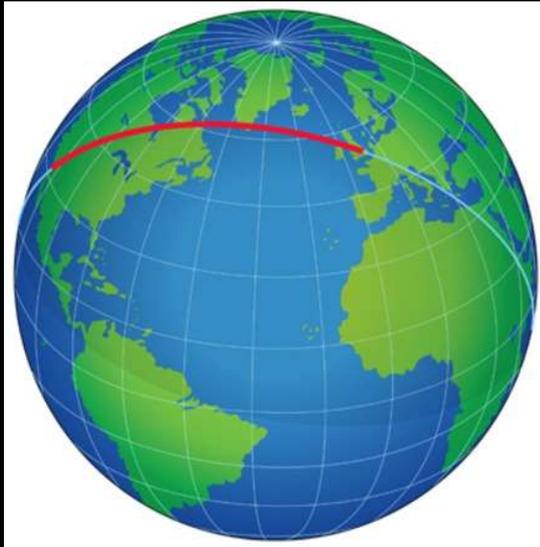
ART: Geodätische Linien



Fußmarsch (Luftlinie) von der WFS zur AStw. Gleichförmig, geradlinig. L-Länge, B-Breit, t-Zeit. Der Weg im Gebilde aus 2 Raumdimensionen und einer Zeitdimension stellt ein Geradenstück dar. (Geodäte)

ART: Geodätische Linien

Geodätische Linien sind kürzeste Verbindungen zwischen zwei Punkten auf einer ebenen oder gekrümmten Fläche (Mannigfaltigkeit)



- Wählt man als Mannigfaltigkeit die 3+1-dimensionale Raumzeit, so stellt eine geradlinig gleichförmige Bewegung in dieser Raumzeit einen geraden Weg auf einer geodätischen Linie dar, solange diese Mannigfaltigkeit eben ist, d.h. keine Krümmungen besitzt.
- Bei Galilei/Newton bewegen sich Körper ohne Krafteinfluss geradlinig gleichförmig. Dies wird nun verallgemeinert.

ART: Geodätische Linien

- Gravitation wird nicht mehr als Krafteinfluss verstanden, denn durch Koordinatentransformation kann man diesen Krafteinfluss verschwinden lassen.
- Körper in einem Schwerefeld bewegen sich auf Geodäten des umgebenden Raumes, d.h. der Raumzeit. Die Anwesenheit von Gravitation verformt die Raumzeit und sorgt dafür, dass Geodäten keine Geraden mehr sind.
- Der gesuchte Mechanismus der Gravitation in der ART ist deshalb:
 1. Die Anwesenheit von Massen verformt die umgebende Raumzeit.
 2. Die Verformung propagiert sich in der Raumzeit mit Lichtgeschwindigkeit (Gravitationswellen)
 3. Andere Körper im Bereich der Verformung reagieren auf diese Verformung, indem sie mit ihrer Bewegung ohne Krafteinfluss den nun gekrümmten Geodäten folgen.

ART: Beispiel fallender Apfel



General Relativity Einstein vs. Newton

ART: Wenn die Erde verschwindet

Was geschieht also, wenn die Erde plötzlich verschwindet? Keine instantane Fernwirkung, sondern:

1. Krümmung der Raumzeit in der Umgebung der ehemaligen Erde verschwindet, weil die Masse verschwunden ist.
2. Dies propagiert sich mittels Gravitationswellen in die weitere Umgebung. Die Gravitationswellen erreichen nach 1.3s den Mond
3. Für den Mond verschwindet jetzt die Krümmung der Raumzeit, die vorher durch die Erde hervorgerufen worden war. Die lokalen Geodäten für den Mond ändern sich und er verlässt seine ehemalige Umlaufbahn.

SRT & ART: Hafele-Keating Experiment

- Oktober 1971, Caesium-Uhren an Bord eines Flugzeugs.
- 3 Gruppen von Uhren: stationär am Ausgangspunkt, 2 Erdumrundungen ostwärts, 2 Erdumrundungen westwärts.
- Bezugssystem: Erdmittelpunkt.
- SRT: Zeitdehnung wg der Bewegung
- ART: Zeitstauchung wg der Höhe (geringere Gravitation)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Hafele-Keating-Experiment>



	nanoseconds gained, predicted			nanoseconds gained, measured	difference
	gravitational (general relativity)	kinematic (special relativity)	total		
eastward	+144 ±14	-184 ±18	-40 ±23	-59 ±10	0.76 σ
westward	+179 ±18	+96 ±10	+275 ±21	+273 ±7	0.09 σ

ART: Sofi 1919



- 29. Mai 1919. Afrika (Principe) und Brasilien. Sonne in den Hyaden. Leicht zu vermessene helle Sterne.
- Wolken behinderten die Beobachtungen, aber es konnten Aufnahmen gemacht werden.
- Eddington interpretierte die Ergebnisse als Bestätigung der ART. Das wurde aber später wg. Mangelnder Genauigkeit angezweifelt. *(Daniel Kennefick: Testing relativity from the 1919 eclipse — a question of bias)*



https://en.wikipedia.org/wiki/Tests_of_general_relativity#Deflection_of_light_by_the_Sun

ART: Doppelquasar QSO 0957+561

- Doppelte Abbildung eines einzigen Quasars durch Gravitationslinse, Galaxie YGKOW G1 in einem Galaxienhaufen
- +16.5/+16.7mag, 6" Abstand

- In der Nähe von NGC3079, UMa

Galaxy NGC 3079 and the Twin Quasar



© 2017 Mike Keith

ART: Einsteinring

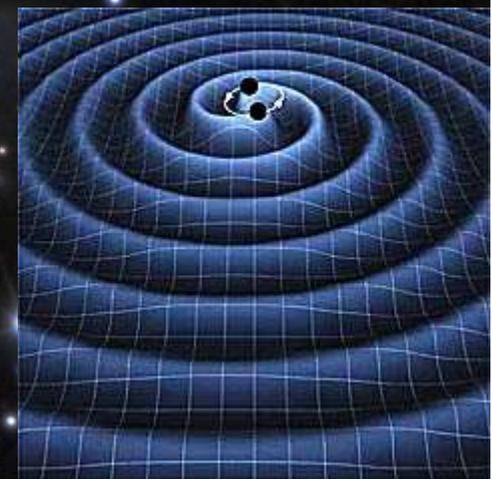
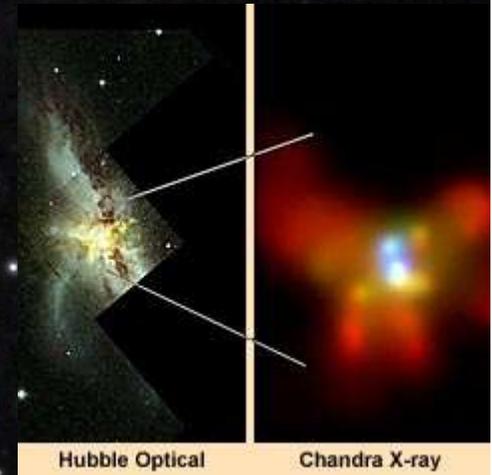
- Galaxienhaufen SDSS J0146-0929 verformt die Raumzeit und erzeugt eine ringartige Abbildung einer dahinter liegenden Galaxie.

<https://www.nasa.gov/image-feature/goddard/2018/hubble-finds-an-einstein-ring>



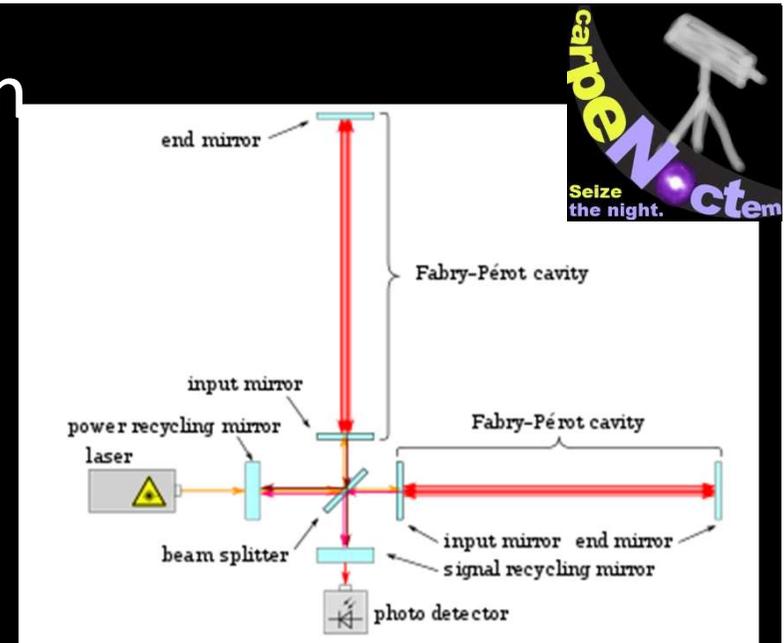
ART: NGC6240

- NGC6240 in Oph, 400 Mly, +13mag
- Star burst galaxy
- 2 aktive schwarze Löcher von 2 ursprünglich einzelnen Galaxien
- Tidal tales (Gezeitenarme)
- Die schwarzen Löcher sind noch nicht vereinigt, Menschen könnten dies aber noch erleben und die Gravitationswellen messen.



ART: LIGO und Gravitationswellen

- Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory , 2 Observatorien, 3000km entfernt.
- Gravitationswellen stauchen/strecken den Raum. Gemessen wird mit Laser-Interferenz
- 4km Länge je Schenkel. Messbar sind Änderungen bis $1/10,000$ des Durchmessers eines Protons.
- Observatorien arbeiten gemeinsam um andere Quellen auszuschließen.
- 14.9.2015 erste Detektion, 11.2.2016 Veröffentlichung
- Nobelpreis 2017 an Barish/Thorne/Weiss für ihre Beiträge zum Projekt und des Nachweises





GRT+ART: weitere interessante Aspekte

- GPS würde nicht funktionieren ohne RT

https://en.wikipedia.org/wiki/Error_analysis_for_the_Global_Positioning_System#Relativity

- „gravitational redshift“ gemessen an Neutronensternen und weißen Zwergen

- Binär/Doppel-Pulsare

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/pulsrel.html>

- LISA (Laser Interferometer Space Antenna)

https://de.wikipedia.org/wiki/Laser_Interferometer_Space_Antenna